ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2020

Μάθημα: ΦΥΣΙΚΗ (38)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα 22 Ιουνίου 2020

8:00 - 11:00

ΟΔΗΓΟΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

Πληροφορίες

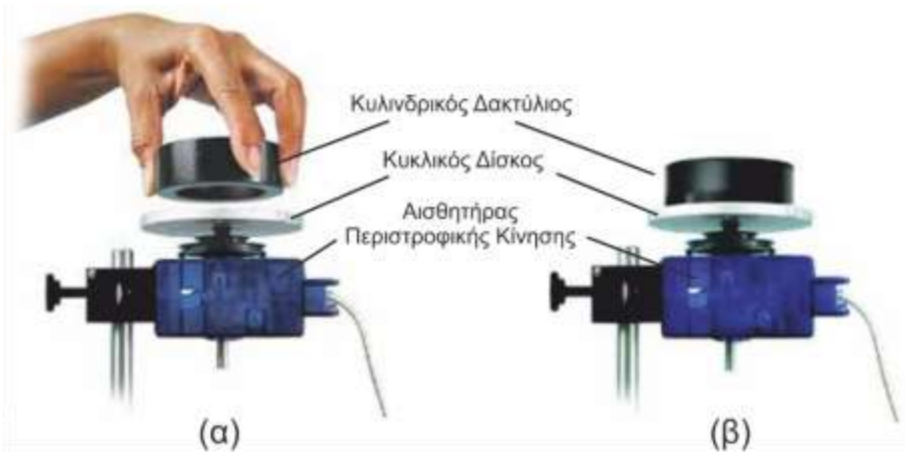
- Το δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το Μέρος Α΄ και το Μέρος Β΄.
- Το Μέρος Α΄ περιλαμβάνει 10 ερωτήσεις των 5 μονάδων η κάθε μια. Το Μέρος Β΄ περιλαμβάνει 5 ερωτήσεις των 10 μονάδων η κάθε μια.
- Οι συνολικές μονάδες του δοκιμίου είναι 100.
- Ο αριθμός των μονάδων για κάθε ερώτηση ή υποερώτημα φαίνεται στο τέλος της ερώτησης ή του υποερωτήματος σε παρένθεση.
- Το δοκίμιο συνοδεύεται από τυπολόγιο 2 σελίδων.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Οδηγίες

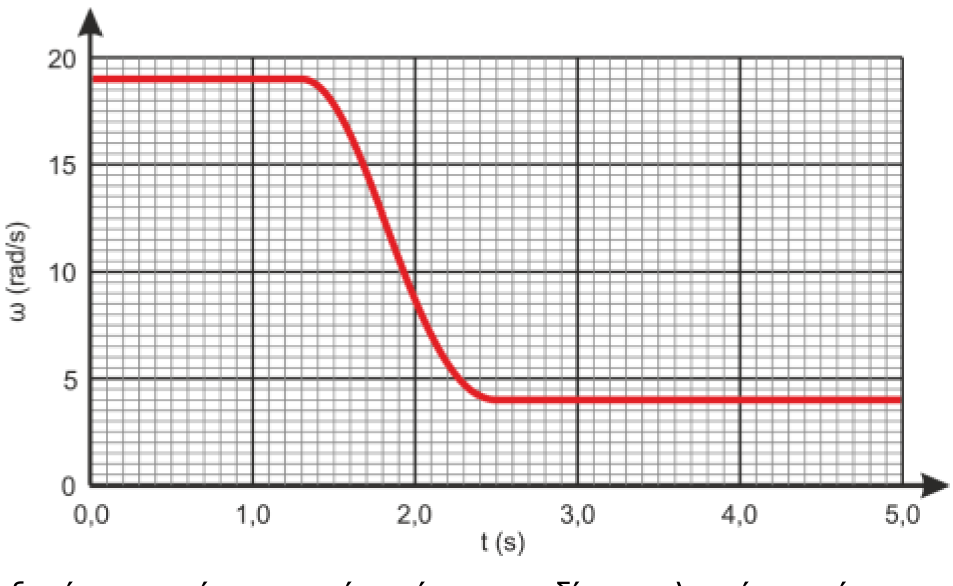
- Να απαντήσετε **σε όλες** τις ερωτήσεις.
- Να απαντήσετε τις ερωτήσεις στο τετράδιο απαντήσεων.
- Να διαβάζετε την κάθε ερώτηση προσεχτικά και να σημειώνετε στο τετράδιο απαντήσεών σας τη σωστή αρίθμησή της.
- Οι απαντήσεις πρέπει να είναι γραμμένες με πένα χρώματος μπλε.
- Οι γραφικές παραστάσεις να σχεδιάζονται στο χιλιοστομετρικό χαρτί που υπάρχει στο τέλος του τετραδίου απαντήσεων. Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνονται με μολύβι.
- Να φαίνονται όλα τα στάδια της εργασίας σας σε κάθε ερώτηση. Μπορεί να πιστωθείτε μονάδες έστω και αν η τελική σας απάντηση δεν είναι σωστή.
- Μπορεί να χάσετε μονάδες αν δεν χρησιμοποιείτε τις κατάλληλες μονάδες μέτρησης στις απαντήσεις σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ερωτήσεις των 5 μονάδων η καθεμιά.

1. Σε πείραμα επιβεβαίωσης της αρχής διατήρησης της στροφορμής χρησιμοποιήθηκαν διασύνδεση, ηλεκτρονικός υπολογιστής, αισθητήρας περιστροφικής κίνησης, κυκλικός δίσκος που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα και κυλινδρικός δακτύλιος. Ο κυλινδρικός δακτύλιος αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος στον περιστρεφόμενο κυκλικό δίσκο (σχήματα (α) και (β)).



Ο κυκλικός δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_{δίσκ} = 1{,}3 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^2}$ ως προς τον άξονα περιστροφής του. Κατά την πραγματοποίηση του πειράματος λήφθηκε η πιο κάτω γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο, $\omega = f(t)$. Ο κυλινδρικός δακτύλιος έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, ίση με $I_{δακτ} = 5{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg\ m^2}$.



(α) Να εξηγήσετε γιατί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ελαττώνεται όταν τοποθετούμε τον δακτύλιο.

(2 μονάδες)

Η δύναμη της τριβής από τον δακτύλιο στον δίσκο προκαλεί δεξιόστροφη ροπή κατά μήκος του άξονα Oz **[1 μον.]** με αποτέλεσμα ο δίσκος να αποκτήσει αρνητική γωνιακή επιτάχυνση και, αφού $\omega > 0$, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου ελαττώνεται. **[1 μον.]** ή Η στροφορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, αφού $\sum \vec{M}_{\varepsilon\xi} = \vec{0}$ **[1 μον.]**. Μέρος της στροφορμής του δίσκου μεταφέρεται στον δακτύλιο και, άρα, η στροφορμή του δίσκου ελαττώνεται. Κατά συνέπεια η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ελαττώνεται **[1 μον.]**. ή $L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda}$ $[\mathbf{1\ \mu o\nu.}]$ $\Rightarrow I_{\delta\iota\sigma\kappa} \cdot \omega_{\alpha\rho\chi} = (I_{\delta\iota\sigma\kappa} + I_{\delta\alpha\kappa\tau}) \cdot \omega_{\tau\varepsilon\lambda}$ $\Rightarrow \omega_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{I_{\delta\iota\sigma\kappa}}{I_{\delta\iota\sigma\kappa} + I_{\delta\alpha\kappa\tau}} \cdot \omega_{\alpha\rho\chi}$ Αφού $I_{\delta\iota\sigma\kappa} + I_{\delta\alpha\kappa\tau} > I_{\delta\iota\sigma\kappa}$ συνεπάγεται ότι $\omega_{\tau\varepsilon\lambda} < \omega_{\alpha\rho\chi}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) Να διερευνήσετε αν επιβεβαιώνεται η αρχή διατήρησης της στροφορμής με ακρίβεια πρώτου δεκαδικού ψηφίου.

(3 μονάδες)

$L_{\alpha\rho\chi_z} = I_{\delta\iota\sigma\kappa}.\omega_{\alpha\rho\chi} + 0 = (1{,}3 \times 10^{-4}\ \mathrm{kgm^2}) \times \left(19{,}0\ \mathrm{rad}/\mathrm{s}\right)$ **[1 μον.]** $= 2{,}47 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{kgm^2}}{\mathrm{s}} = 2{,}5 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{kgm^2}}{\mathrm{s}}$ $L_{\tau\varepsilon\lambda,z} = I_{\delta\iota\sigma\kappa}\omega_{\tau\varepsilon\lambda} + I_{\delta\alpha\kappa\tau}\omega_{\tau\varepsilon\lambda} = (I_{\delta\iota\sigma\kappa} + I_{\delta\alpha\kappa\tau})\omega_{\tau\varepsilon\lambda}$ $= (1{,}3 \times 10^{-4}\ \mathrm{kgm^2} + 5{,}0 \times 10^{-4} \times \mathrm{kgm^2}) \times (4{,}0 \frac{rad}{s})$ $\Rightarrow L_{\tau\varepsilon\lambda_z} = 2{,}52 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{kgm^2}}{\mathrm{s}} = 2{,}5 \times 10^{-3} \frac{\mathrm{kgm^2}}{\mathrm{s}}$ **[1 μον.]** $\Rightarrow L_{\alpha\rho\chi_z} = L_{\tau\varepsilon\lambda_z}$ Άρα επιβεβαιώνεται η αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα δίσκου - δακτυλίου. **[1 μον.]**	**3 μον.**

2. Μια αθλήτρια της γυμναστικής εκτελεί περιστροφές γύρω από οριζόντιο άξονα. Η αθλήτρια όταν βρίσκεται στην ανώτερη κατακόρυφη θέση της κίνησής της κρατιέται με τεντωμένα τα χέρια από τον οριζόντιο άξονα όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνιακή της ταχύτητα στη θέση αυτή είναι $\omega_1 = 1{,}0\ \mathrm{rad/s}$.

Η αθλήτρια, μέχρι να φτάσει στην κατώτερη κατακόρυφη θέση, διατηρεί το σώμα της και τα χέρια της στην ίδια στάση, με αποτέλεσμα να μπορεί να θεωρηθεί στερεό σώμα με ροπή αδράνειας $I = 50\ \mathrm{kg\,m^2}$ ως προς τον άξονα περιστροφής. Η μάζα της αθλήτριας είναι $m = 40\ \mathrm{kg}$ και το κέντρο μάζας της απέχει απόσταση ίση με $1{,}0\ \mathrm{m}$ από τον άξονα περιστροφής. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέες.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της αθλήτριας, κατά μήκος του άξονα περιστροφής της, όταν βρίσκεται στην ανώτερη κατακόρυφη θέση.

(2 μονάδες)

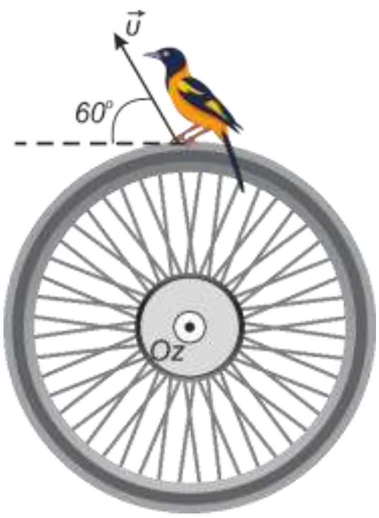
$\lvert\vec{L}_1\rvert = I \cdot \lvert\vec{\omega}_1\rvert$. **[1 μον.]** $= 50\ \mathrm{kgm^2} \cdot 1{,}0\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} \Rightarrow \lvert\vec{L}_1\rvert = 50\frac{\mathrm{kgm^2}}{\mathrm{s}}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της αθλήτριας όταν διέρχεται από την κατώτερη κατακόρυφη θέση της κίνησής της.

(3 μονάδες)

Στην αθλήτρια ασκούνται το βάρος της και η δύναμη από τον άξονα περιστροφής, η οποία δεν παράγει έργο. Άρα, η μηχανική ενέργεια διατηρείται **[1 μον.].** Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας έχουμε: $E_{Μηχ.αρχ.} = E_{Μηχ.τελ}$, επομένως: $\frac{1}{2}I\omega_1^2 + mg2d_{K.M.} = \frac{1}{2}I\omega_2^2 + 0$ **[1 μον.]** $\Rightarrow\ \lvert\vec{\omega}_2\rvert = \sqrt{\dfrac{I\omega_1^2 + 4mgd_{K.M.}}{I}}$ $= \sqrt{\dfrac{(50\ \mathrm{kgm^2})(1{,}0\ \mathrm{rad/s})^2 + 4(40\ \mathrm{kg})\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right)(1{,}0\ \mathrm{m})}{50\ \mathrm{kgm^2}}}$ $\Rightarrow\ \lvert\vec{\omega}_2\rvert = 5{,}7\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ **[1 μον.]**	**3 μον.**

3. Ένας τροχός ακτίνας $R = 36\ \mathrm{cm}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα Oz, που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Στο ανώτατο σημείο του τροχού κάθεται ένα πουλί, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m_\pi = 0{,}10\ \mathrm{kg}$. Το σύστημα είναι ακίνητο.



Κάποια στιγμή, το πουλί εγκαταλείπει τον τροχό με ταχύτητα που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με τον τροχό, έχει μέτρο 10 m/s ως προς το έδαφος και σχηματίζει γωνία $\varphi = 60°$ με την οριζόντια διεύθυνση. Αμέσως μετά, ο τροχός περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $3{,}0\ \mathrm{rad/s}$.

Να υπολογίσετε:

(α) τη ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του

(3 μονάδες)

$\Sigma\vec{M}_{\vec{F}_{εξ}} = \vec{0} \Rightarrow\ \vec{L}_{συστ.} = σταθ.$ **[1 μον.]** άρα $L_{αρχ} = L_{τελ} \Rightarrow\ 0 = -I_{τρ}\cdot\lvert\vec{\omega}\rvert + m_\pi\lvert\vec{\upsilon}_\pi\rvert R\cdot ημ30°$ **[1 μον.]**	**3 μον.**

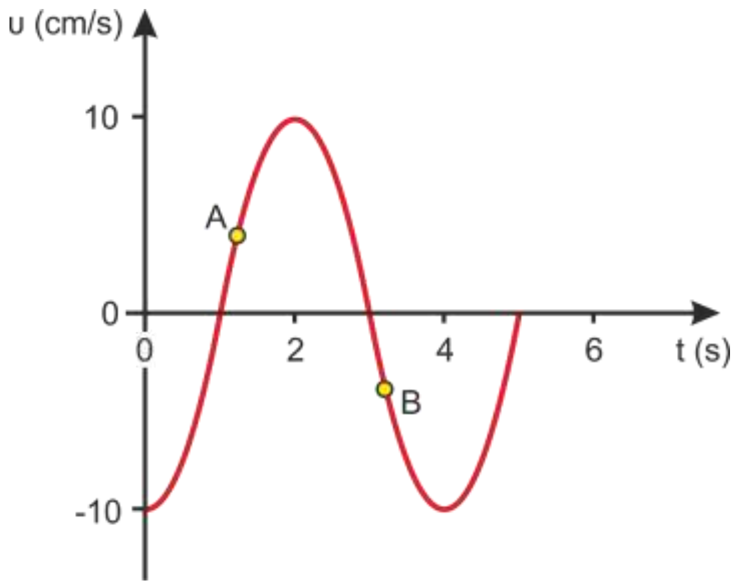
$\Rightarrow I_{\tau\rho} = \frac{m_\pi \lvert \vec{\upsilon}_\pi \rvert R \cdot \eta\mu 30°}{\lvert \vec{\omega} \rvert} = \frac{0{,}10\, kg \cdot 10 \frac{m}{s} \cdot 0{,}36\, m \cdot 0{,}5}{3{,}0\, rad/s} = 0{,}06\, kgm^2$ **[1 μον.]**	

(β) τη μέση ροπή (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκήθηκε από τα πόδια του πουλιού στον τροχό, αν η χρονική διάρκεια της αναπήδησης του πουλιού είναι $0{,}10\ s$.

(2 μονάδες)

Η ροπή που δέχθηκε ο τροχός από το πουλί είναι η συνολική ροπή $\sum\vec{M}_{\varepsilon\xi}$ που ασκήθηκε στον τροχό. Η μέση ροπή έχει μέτρο: $\lvert\sum \vec{M}_{\varepsilon\xi}\rvert = \frac{\lvert \Delta\vec{L}_{\tau\rho}\rvert}{\Delta t}$ $\Rightarrow \lvert\sum \vec{M}_{\varepsilon\xi}\rvert = \frac{\lvert \Delta\vec{L}_{\tau\rho}\rvert}{\Delta t} = \frac{\lvert I_{\tau\rho}\omega - 0\rvert}{\Delta t} = \frac{\lvert 0{,}06\, kgm^2 \cdot \left(-3{,}0 \frac{rad}{s}\right)\rvert}{0{,}10 s} = 1{,}8\, Nm$ **[1 μον.]** Κατεύθυνση: ⊗ **[1 μον.]** ή $\lvert \vec{\alpha}_{\gamma_{\tau\rho}} \rvert = \frac{\lvert \Delta\vec{\omega}\rvert}{\Delta t} = \frac{\lvert -3{,}0 \frac{rad}{s} - 0\rvert}{0{,}10\ s} = 30 \frac{rad}{s^2}$ $\lvert\sum\vec{M}_{\varepsilon\xi}\rvert = I_{\tau\rho}\lvert \vec{\alpha}_{\gamma_{\tau\rho}}\rvert = 0{,}06\, kgm^2 \cdot 30 \frac{rad}{s^2} = 1{,}8\, Nm$ **[1 μον.]** Κατεύθυνση: ⊗ **[1 μον.]** Αν βρεθεί η αλγεβρική τιμή της μέσης ροπής ($\sum M_{\varepsilon\xi} = -1{,}8\, Nm$) να δοθούν οι 2 μονάδες.	**2 μον.**

4. Δίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή.



(α) Να αναφέρετε πόση είναι η αρχική φάση του ταλαντωτή.

(1 μονάδα)

$\theta_0 = \pi$ rad	**1 μον.**

(β) **i.** Να γράψετε ποιο είναι το πρόσημο της επιτάχυνσης του ταλαντωτή, τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο σημείο Α της γραφικής παράστασης.

(1 μονάδα)

$a\rangle 0$ (θετικό)	**1 μον.**

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(1 μονάδα)

Διότι ο ταλαντωτής κινείται από την αρνητική ακραία θέση προς τη θέση ισορροπίας. ή Η κλίση της γραφικής παράστασης είναι θετική στο Α.	**1 μον.**

(γ) **i.** Να γράψετε ποιο είναι το πρόσημο της μετατόπισης, από τη θέση ισορροπίας του ταλαντωτή, τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί στο σημείο Β της γραφικής παράστασης.

(1 μονάδα)

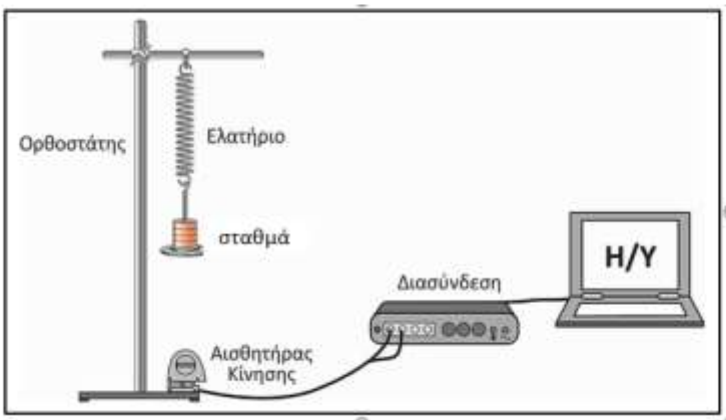
$y > 0$	**1 μον.**

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(1 μονάδα)

Διότι ο ταλαντωτής κινείται από την θετική ακραία θέση προς τη θέση ισορροπίας. ή Η κλίση της γραφικής παράστασης είναι αρνητική στο Β και $a = -\omega^2 y$.	**1 μον.**

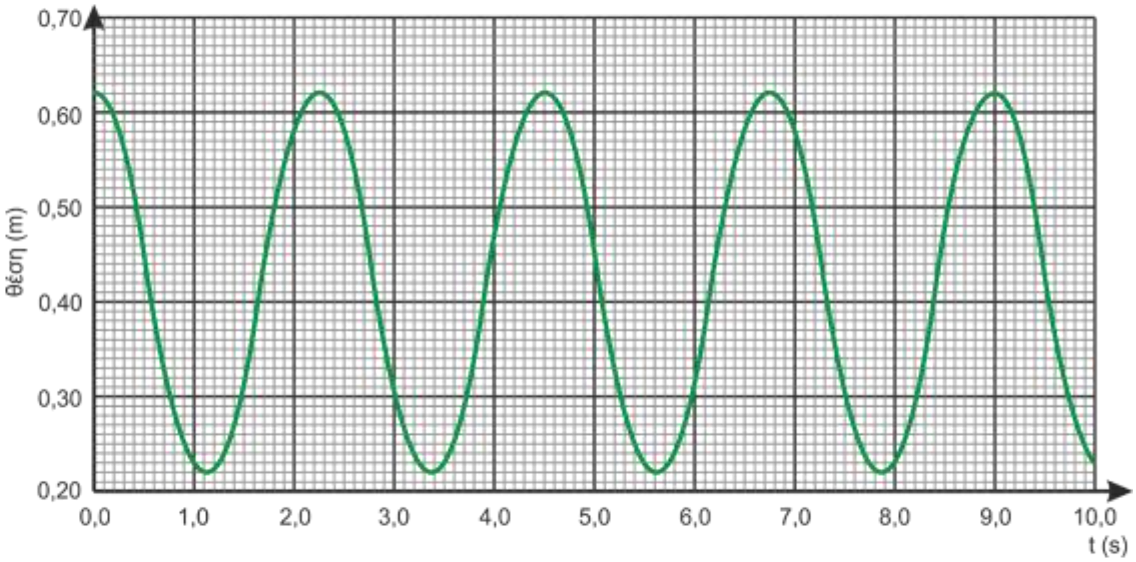
5. Συναρμολογήσαμε στο εργαστήριο Φυσικής την πιο κάτω πειραματική διάταξη.



Επιλέξαμε να εμφανίζεται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή η γραφική παράσταση της θέσης των σταθμών, ως προς τον αισθητήρα κίνησης, σε συνάρτηση με τον χρόνο.

Εκτρέψαμε κατακόρυφα τα σταθμά από τη θέση ισορροπίας τους, τα αφήσαμε να κινηθούν και ταυτόχρονα θέσαμε σε λειτουργία τον αισθητήρα κίνησης.

Η γραφική παράσταση που προέκυψε φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα:



Να χρησιμοποιήσετε δεδομένα από τη γραφική παράσταση για:

(α) να υπολογίσετε την περίοδο της απλής αρμονικής ταλάντωσης (ΑΑΤ),

(**2 μονάδες**)

$4T = 9{,}00\ \text{s}$ ή $2T = 4{,}50\ \text{s}$ **[1 μον.]** $\Rightarrow T = 2{,}25\ \text{s}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) να υπολογίσετε την απόσταση που έχουν τα σταθμά από τον αισθητήρα κίνησης, όταν διέρχονται από τη θέση ισορροπίας της ΑΑΤ που εκτελούν,

(1 μονάδα)

Η απόσταση από τον αισθητήρα ισούται με: $y_{ΘΙ} = \frac{y_{μεγ}+y_{ελαχ}}{2} = \frac{0{,}620\ \text{m}+0{,}220\ \text{m}}{2} = 0{,}420\ \text{m}.$	**1 μον.**

ή $y_{\Theta I} = \dfrac{y_{\mu\varepsilon\gamma} - y_{\varepsilon\lambda}}{2} + y_{\varepsilon\lambda} = \dfrac{0{,}620\ \mathrm{m} - 0{,}220\ \mathrm{m}}{2} + 0{,}220\ \mathrm{m} = 0{,}420\ \mathrm{m}$	

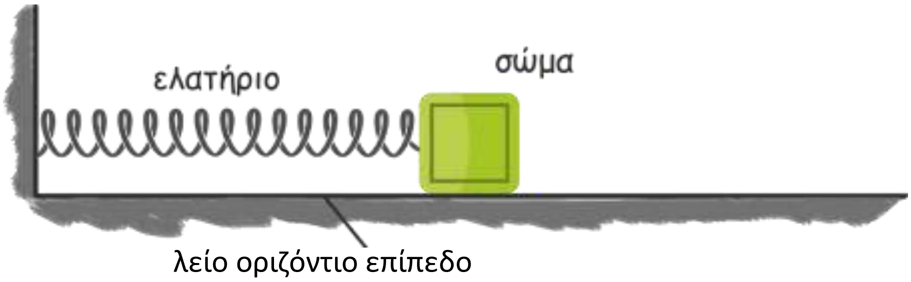
(γ) να σχεδιάσετε, σε βαθμολογημένους άξονες, τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης των σταθμών σε συνάρτηση με τη μετατόπισή τους από τη θέση ισορροπίας τους.

(2 μονάδες)

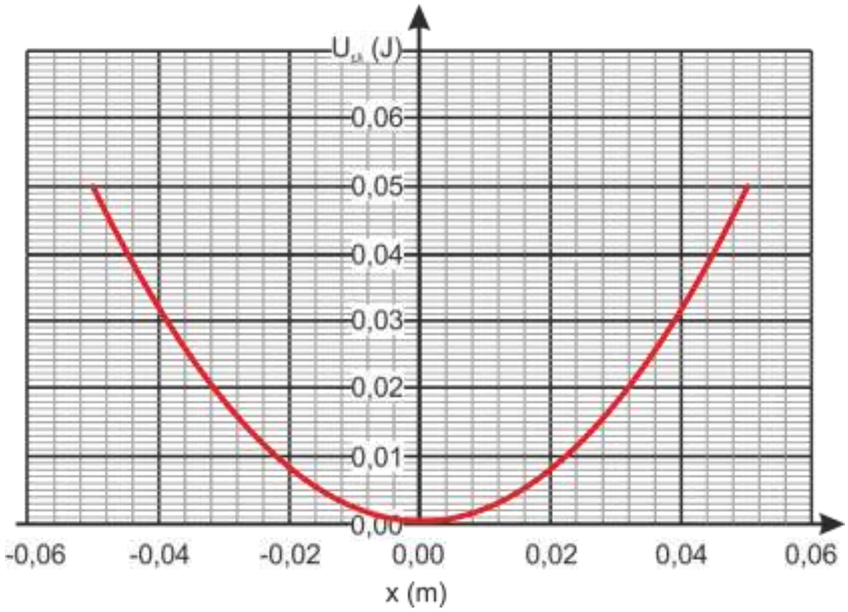
<table>
<tr>
<td>
Το πλάτος της ταλάντωσης είναι
$y_0 = y_{\mu\varepsilon\gamma} - y_{\Theta I} = 0{,}620\ \mathrm{m} - 0{,}420\ \mathrm{m} = 0{,}200\ \mathrm{m}$.
Από τη σχέση $a_0 = \omega^2 y_0 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 y_0 = \left(\frac{2\cdot 3{,}14}{2{,}25\ \mathrm{s}}\right)^2 \cdot 0{,}200\ \mathrm{m} = 1{,}56\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
[1 μον.]
Σχεδιασμός σωστής γραφικής παράστασης. [1 μον.]


</td>
<td>2 μον.</td>
</tr>
</table>

6. Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}45\ \mathrm{kg}$ εκτελεί ΑΑΤ σε λείο, οριζόντιο επίπεδο, στερεωμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου αμελητέας μάζας. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Στο πιο κάτω διάγραμμα δίνεται η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.



(α) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

(2 μονάδες)

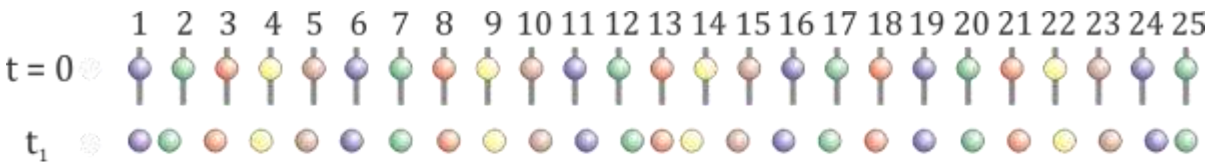
$E_{KIN_{max}} = U_{\varepsilon\lambda_{max}} = 0{,}050\ \mathrm{J}$ **[1 μον.]** $E_{KIN_{\max}} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{KIN_{\max}}}{m}} \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2\times 0{,}050\mathrm{J}}{0{,}45\mathrm{kg}}} = 0{,}47\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) Ένα κομμάτι πλαστελίνης με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, τοποθετείται πάνω στο σώμα τη στιγμή που αυτό βρίσκεται στη μέγιστη μετατόπισή του και προσκολλάται σε αυτό. Αμέσως μετά την προσκόλληση το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα. Να υπολογίσετε τη μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος.

(3 μονάδες)

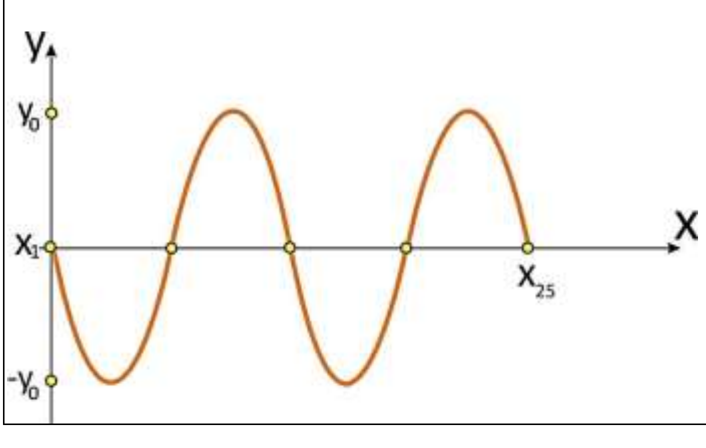
Το πλάτος της ταλάντωσης δεν θα αλλάξει, άρα ούτε και η μηχανική ενέργεια (ή η μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος δεν θα αλλάξει άρα η μηχανική ενέργεια πριν και μετά είναι ίδια) **[1 μον.]**. $E_{KIN_{max}} = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \upsilon'^{2}_{max}$ **[1 μον.]** $0{,}05\ \mathrm{J} = 0{,}45\ \mathrm{kg} \cdot \upsilon'^{2}_{max} \ \Rightarrow\ \upsilon'_{max} = 0{,}33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ **[1 μον.]**	**3 μον.**

7. Στο σχήμα παριστάνονται οι θέσεις 25 σημείων ενός οριζόντιου, ελαστικού, μονοδιάστατου μέσου, μεγάλου μήκους, τις χρονικές στιγμές $t = 0$ και t_1. Οι κατακόρυφες γραμμές καθορίζουν τις θέσεις ισορροπίας των σημείων. Αρχικά τα σημεία είναι ακίνητα. Θέτουμε το άκρο του μέσου (σημείο 1) σε ΑΑΤ κατά την οριζόντια διεύθυνση και με αρχική φορά κίνησης προς τα δεξιά.



(α) Να σχεδιάσετε, στο τετράδιο των απαντήσεων, τη γραφική παράσταση της οριζόντιας μετατόπισης (δεξιά-αριστερά) των σημείων του μέσου, σε συνάρτηση με τη θέση τους τη χρονική στιγμή t_1, για το μήκος του μέσου που είναι σχεδιασμένο στο σχήμα. Να θεωρήσετε θετική τη φορά προς τα δεξιά.

(2 μονάδες)

Αν το σχήμα «ξεκινάει» σωστά **[1 μον.]** και αν έχει σχεδιαστεί ο σωστός αριθμός μηκών κύματος που περιέχει. **[1 μον.]** 	**2 μον.**

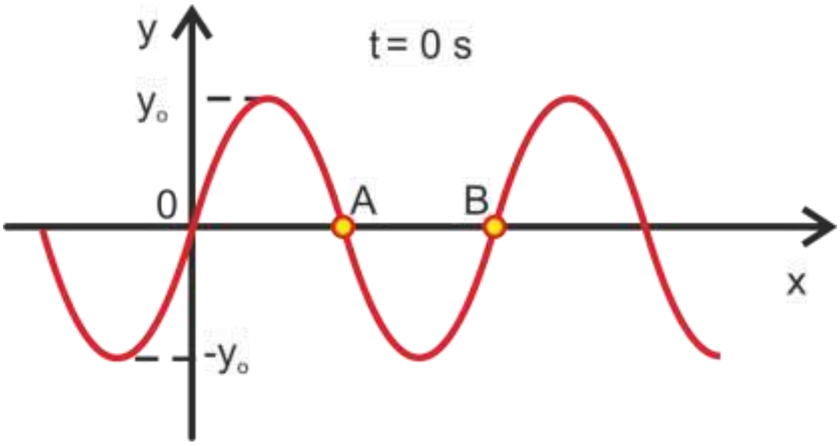
(β) Να συγκρίνετε τις ταχύτητες ταλάντωσης (μέτρο, κατεύθυνση) των σημείων 2 και 19, τη χρονική στιγμή t_1.

(3 μονάδες)

Το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου 2 είναι μικρότερο από το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου 19 **[1 μον.]**. Η φορά της ταχύτητας του σημείου 2 είναι προς τα δεξιά και του σημείου 19 είναι προς τα αριστερά. **[1+1 μον.].** ή Οι ταχύτητες των δύο σημείων έχουν αντίθετες κατευθύνσεις **[2 μον.]**	**3 μον.**

8. Στο σχήμα παριστάνεται το στιγμιότυπο ενός τρέχοντος, εγκάρσιου, αρμονικού κύματος που έχει δημιουργηθεί στο μακρινό παρελθόν και έχει διαδοθεί σε όλο το μέσο, τη χρονική στιγμή $t = 0$, για την περιοχή του μέσου: $-0{,}5\lambda \leq x \leq 1{,}75\lambda$.

Ως σημείο αναφοράς έχει επιλεγεί το σημείο $x = 0$, το οποίο τη χρονική στιγμή $t = 0$ διέρχεται από τη θέση $y = 0$ με θετική ταχύτητα.



(α) Να αναφέρετε τη φορά διάδοσης του κύματος.

(1 μονάδα)

Το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση	**1 μον.**

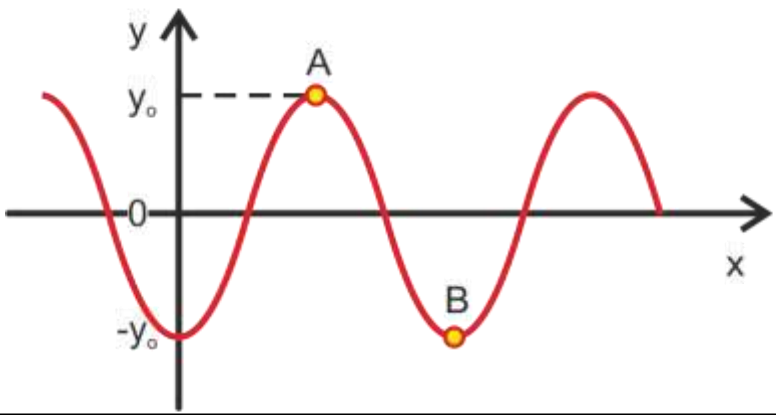
(β) Να αναφέρετε ποιο από τα σημεία Α και Β του μέσου έχει μεγαλύτερη φάση.

(1 μονάδα)

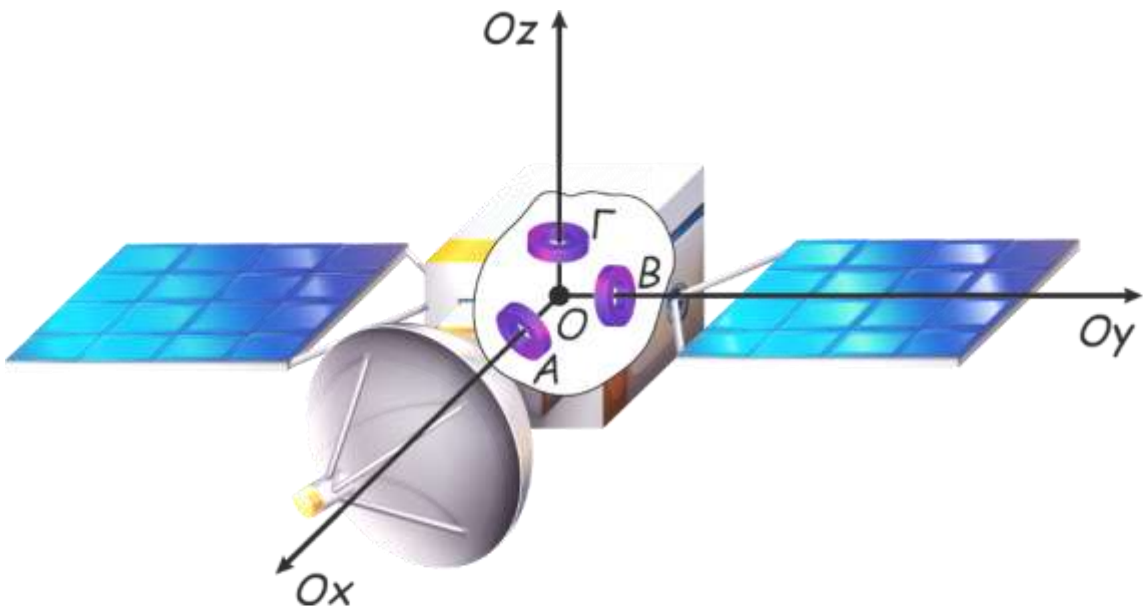
Η φάση του Β είναι μεγαλύτερη από τη φάση του Α ($\theta_B > \theta_A$)	**1 μον.**

(γ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3T}{4}$ για την περιοχή του μέσου που έχει σχεδιαστεί και το αρχικό στιγμιότυπο.

(3 μονάδες)

Σχεδιασμός ορθού αριθμού μηκών κύματος του στιγμιότυπου **[1 μον.]**, ορθή μορφή στιγμιότυπου **[1 μον.]**, ορθή τοποθέτηση στο σύστημα αξόνων **[1 μον.]** (δεν είναι απαραίτητο να φαίνονται τα σημεία Α και Β).  	**3 μον.**

9. Ένα διαστημικό όχημα βρίσκεται στο διάστημα. Στο εσωτερικό του οχήματος υπάρχει ένας ακλόνητα στερεωμένος μηχανισμός με τρεις τροχούς Α, Β και Γ, που ο καθένας μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο άξονας περιστροφής του κάθε τροχού ταυτίζεται με έναν άξονα του τρισορθογώνιου συστήματος αναφοράς xyz, με αρχή το κέντρο μάζας Ο, του οχήματος, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Για να αλλάξει ο προσανατολισμός του οχήματος, περιστρέφονται τηλεκατευθυνόμενα ένας ή περισσότεροι τροχοί.

(α) Να εξηγήσετε γιατί όταν περιστρέφεται κάποιος από τους τροχούς Α, Β ή Γ, το όχημα περιστρέφεται με αντίθετη φορά, από αυτήν της περιστροφής του τροχού.

(3 μονάδες)

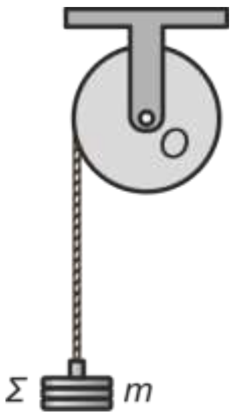
$\sum\vec{M}_{\varepsilon\xi} = \vec{0}$ **[1 μον.]**. Αφού η αρχική στροφορμή του συστήματος είναι μηδέν θα είναι μηδέν και η τελική στροφορμή **[1 μον.]**. Άρα, όταν ένας τροχός περιστραφεί με μια φορά, το όχημα θα πρέπει να περιστραφεί με αντίθετη φορά, έτσι ώστε η στροφορμή του συστήματος να παραμείνει ίση με μηδέν **[1 μον.]**.	**3 μον.**

(β) Να αναφέρετε ποιος τροχός πρέπει να περιστραφεί και με ποια φορά, έτσι ώστε το όχημα να περιστραφεί δεξιόστροφα γύρω από τον άξονα Οx.

(2 μονάδες)

Θα πρέπει να περιστραφεί ο τροχός Α **[1 μον.]** αριστερόστροφα **[1 μον.]** (Αν η επιλογή του τροχού είναι λανθασμένη δεν δίνεται μονάδα για ορθή επιλογή της φοράς περιστροφής).	**2 μον.**

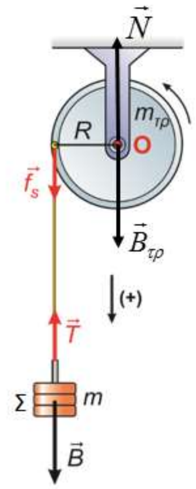
10. Μια τροχαλία μάζας $M = 4\,\mathrm{kg}$ και ακτίνας $R = 0{,}4\,\mathrm{m}$ είναι συνδεδεμένη μέσω αβαρούς σχοινιού με ένα σώμα Σ μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Το σχοινί δεν ολισθαίνει ως προς την τροχαλία.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί. Το σώμα κινείται με επιτάχυνση $\alpha = 4{,}91\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

(α) Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στην τροχαλία.

(1 μονάδα)

Στο σώμα δρουν το βάρος του $\vec{B}$ και η τάση $\vec{T}$ του τυλιγμένου σχοινιού. Στην τροχαλία δρα μια δύναμη στατικής τριβής $\vec{f}_s$ από το τυλιγμένο σχοινί, το βάρος της $\vec{B}_{\tau\rho}$ και μία αντίρροπη δύναμη $\vec{N}$ από το σημείο στήριξης Ο. Η μονάδα θα δοθεί αν σχεδιαστούν **όλες** οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στην τροχαλία. 	**1 μον.**

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία.

(2 μονάδες)

Για το σώμα Σ: $\Sigma F = ma \Rightarrow m \cdot g - \lvert\vec{T}\rvert = m \cdot \lvert\vec{a}\rvert \Rightarrow \lvert\vec{T}\rvert = m(g - \lvert\vec{a}\rvert)$ $\lvert\vec{T}\rvert = 2\ \mathrm{kg}\left(9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 4{,}91\,\frac{m}{s^2}\right) = 9{,}8\ \mathrm{N}$ **[1 μον.]** Το κέντρο μάζας της τροχαλίας δεν εκτελεί μεταφορική κίνηση και αφού $\lvert\vec{f}_\sigma\rvert = \lvert\vec{T}\rvert$ έχουμε: $\sum F = 0 \Rightarrow \lvert\vec{N}\rvert - \lvert\vec{T}\rvert - Mg = 0 \Rightarrow \quad \lvert\vec{N}\rvert = \lvert\vec{T}\rvert + Mg$ $\Rightarrow \quad \lvert\vec{N}\rvert = 9{,}8\ \mathrm{N} + 4\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ $\Rightarrow \lvert\vec{N}\rvert = 49{,}06\ N$ **[1 μον.]**.	**2 μον.**

(γ) Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος κατά μήκος του άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

(2 μονάδες)

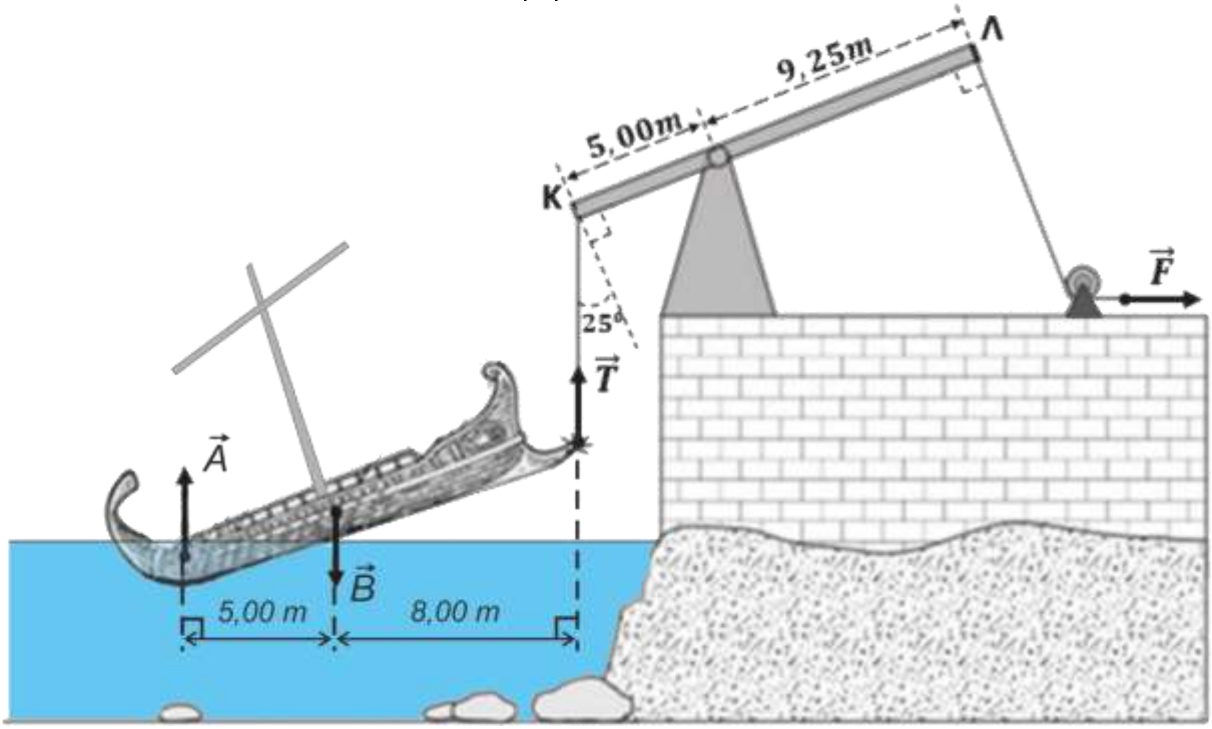
Για το σύστημα των σωμάτων η μόνη εξωτερική δύναμη που προκαλεί ροπή είναι το βάρος του σώματος Σ **[1μον.]**. Άρα, $\Sigma\vec{M}_{\varepsilon\xi\omega\tau,\sigma\upsilon\sigma\tau} = \frac{\Delta\vec{L}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta L_{\sigma\upsilon\sigma\tau}}{\Delta t} = mgR = 7{,}85\ \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ερωτήσεις των 10 μονάδων η καθεμιά.

11. Λέγεται ότι ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε τεράστιους μοχλούς για να βυθίσει τα ρωμαϊκά πλοία που πολιορκούσαν το 214 π.Χ. τις Συρακούσες. Ένα πιθανό σύστημα φαίνεται στο σχήμα όπου ένα σχοινί είναι αγκιστρωμένο στο μπροστινό μέρος ενός πλοίου και ο μοχλός ΚΛ τραβιέται, με τη βοήθεια ενός δεύτερου σχοινιού και μιας τροχαλίας, από πολλούς άντρες. Όταν οι άντρες άφηναν ελεύθερο τον μοχλό το πλοίο έπεφτε απότομα στη θάλασσα και βυθιζόταν. Το πλοίο ισορροπεί στη θέση που φαίνεται στο σχήμα όταν η δύναμη $\vec{F}$, που ασκούν οι άντρες στο μοχλό, έχει μέτρο $|\vec{F}| = 7{,}50 \times 10^4$ N.



(α) Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος.

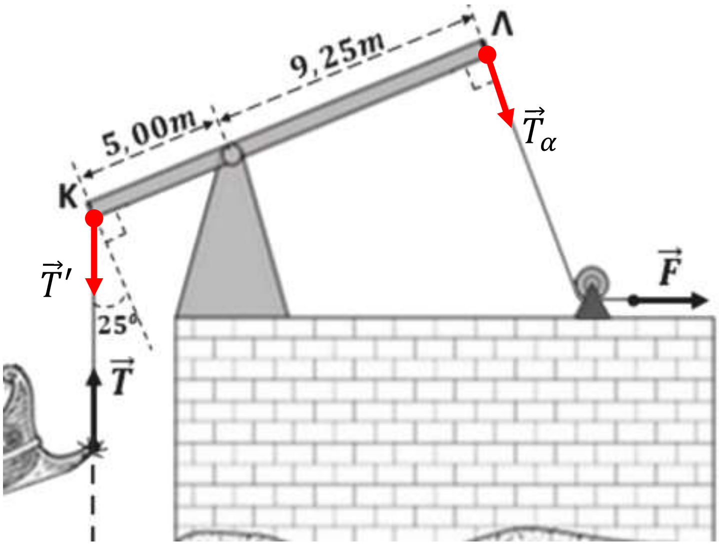
(2 μονάδες)

1. Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι ίση με μηδέν. **[1 μον.]** 2. Το άθροισμα των εξωτερικών ροπών στο σώμα ως προς οποιοδήποτε σημείο του χώρου είναι μηδέν. **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης $\vec{T}$, του σχοινιού από το οποίο είναι αγκιστρωμένο το πλοίο. Η μάζα του μοχλού ΚΛ να θεωρηθεί αμελητέα.

(3 μονάδες)

<table>
<tr>
<td>
Το πλοίο ισορροπεί και, άρα, ισορροπεί και ο μοχλός ΚΛ. Αφού ο μοχλός δεν περιστρέφεται σημαίνει ότι η συνισταμένη ροπή των εξωτερικών δυνάμεων σε αυτόν είναι ίση με μηδέν [1 μον.].



Στον μοχλό ασκούνται δύο δυνάμεις που προκαλούν ροπή κατά μήκος του άξονα περιστροφής. Η τάση του σχοινιού $\vec{T'}$, από το οποίο είναι αγκιστρωμένο το πλοίο και η τάση του σχοινιού $\vec{T}_\alpha$ που τραβούν οι άντρες.
Λαμβάνοντας υπόψιν ότι $|\vec{T}_\alpha| = |\vec{F}|$ και $|\vec{T}'| = |\vec{T}|$ [1 μον.] από την ισορροπία των ροπών στον μοχλό θα έχουμε:

$$|\vec{T}'| \cdot 5{,}00 \text{ m} \cdot \text{συν}25° - |\vec{T}_\alpha| \cdot 9{,}25 \text{ m} = 0 \Rightarrow$$
$$|\vec{T}'| = \frac{(7{,}50 \times 10^4 \text{ N})(9{,}25 \text{ m})}{5{,}00 \text{ m} \cdot \text{συν}25°}$$

$\Rightarrow\ |\vec{T}'| = |\vec{T}| = 1{,}53 \times 10^5$ N [1 μον.]
</td>
<td>3 μον.</td>
</tr>
</table>

(γ) Να υπολογίσετε τη μάζα του πλοίου.

(3 μονάδες)

<table>
<tr>
<td>
Εφαρμόζοντας τη 2η συνθήκη ισορροπίας στερεού σώματος για το πλοίο θα έχουμε για τις ροπές ως προς το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{A}$ κατά μήκος του άξονα που διέρχεται από το σημείο εφαρμογής της δύναμης του νερού $\vec{A}$ και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος

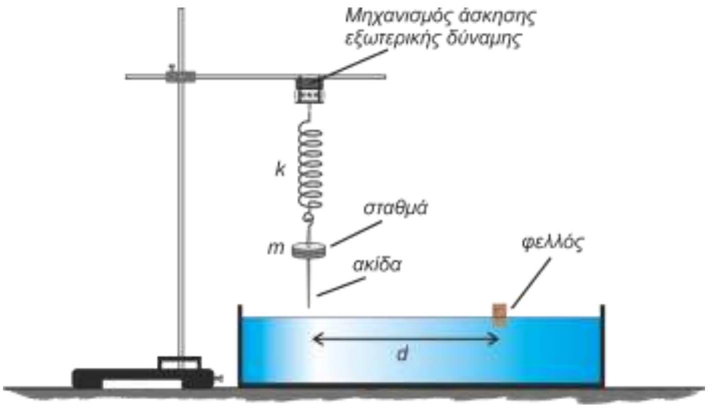
$|\vec{T}| \cdot 13{,}00 \text{ m} - |\vec{B}| \cdot 5{,}00 \text{ m} = 0$ $[\mathbf{1\ μον.}] \Rightarrow |\vec{B}| = 3{,}98 \times 10^5$ N $[\mathbf{1\ μον.}]$
$\Rightarrow m = \frac{|\vec{B}|}{g} = 4{,}06 \times 10^4$ kg $[\mathbf{1\ μον.}]$
</td>
<td>3 μον.</td>
</tr>
</table>

(δ) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{A}$, που ασκείται στο πλοίο από το νερό.

(2 μονάδες)

Από την ισορροπία των δυνάμεων που ασκούνται στο πλοίο $\lvert\vec{T}\rvert + \lvert\vec{A}\rvert - \lvert\vec{B}\rvert = 0$ **[1 μον.]** προκύπτει ότι $\lvert\vec{A}\rvert = \lvert\vec{B}\rvert - \lvert\vec{T}\rvert = 2{,}45 \times 10^5\ \mathrm{N}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

12. Στο πιο κάτω σχήμα απεικονίζεται ένα κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 10{,}0\ \mathrm{N/m}$ και αμελητέας μάζας, του οποίου η μια άκρη είναι στερεωμένη σε μηχανισμό που του ασκεί περιοδική εξωτερική δύναμη της μορφής $F_{\varepsilon\xi} = F_0\ \text{ημ}[(8\pi\ \mathrm{rad/s})t]$. Στην άλλη άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένα σταθμά μάζας $m = 0{,}100\ \mathrm{kg}$. Στο κάτω μέρος των σταθμών είναι στερεωμένη μια ακίδα αμελητέας μάζας. Το σύστημα ελατήριο – σταθμά - ακίδα ταλαντώνεται με την επίδραση της εξωτερικής δύναμης που δέχεται. Κατά την ταλάντωση του σώματος η ακίδα χτυπά την ήρεμη, οριζόντια, επιφάνεια υγρού όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της ταλάντωσής του. Πάνω στο υγρό επιπλέει κομμάτι φελλού, πολύ μικρών διαστάσεων, το οποίο βρίσκεται σε απόσταση $d = 12{,}0\ \mathrm{cm}$ από το σημείο που χτυπά η ακίδα το υγρό. Ο φελλός αρχίζει να ταλαντώνεται $0{,}25\ \mathrm{s}$ μετά από την χρονική στιγμή που χτύπησε η ακίδα, για πρώτη φορά, την επιφάνεια του υγρού.



(α) Να υπολογίσετε τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται το σύστημα.

(2 μονάδες)

Η ταλάντωση του συστήματος είναι εξαναγκασμένη άρα το σύστημα ταλαντώνεται με τη συχνότητα της εξωτερικής δύναμης. **[1 μον.]** $f = f_{\varepsilon\xi} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8\pi\ \mathrm{rad/s}}{2\pi\ \mathrm{rad}} = 4\ \mathrm{Hz}.$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του τρέχοντος κύματος που δημιουργείται στην επιφάνεια του υγρού.

(2 μονάδες)

Η ταχύτητα διάδοσης είναι: $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t}$ $[\mathbf{1\ μον.}]$ $\Rightarrow \upsilon = \frac{12{,}0\ \mathrm{cm}}{0{,}25\ \mathrm{s}} = 48\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ $[\mathbf{1\ μον.}]$	**2 μον.**

(γ) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του τρέχοντος κύματος που δημιουργείται στην επιφάνεια του υγρού.

(2 μονάδες)

Η συχνότητα του κύματος ισούται με τη συχνότητα ταλάντωσης της ακίδας, άρα $f = 4\ \mathrm{Hz}$. **[1 μον.]** $\lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{48\ \mathrm{cm/s}}{4\ \mathrm{Hz}} = 12\ \mathrm{cm}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(δ) Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει ο φελλός σε χρονικό διάστημα $0{,}25\ \mathrm{s}$ είναι $8{,}0\ \mathrm{cm}$. Να υπολογίσετε το πλάτος του τρέχοντος κύματος που δημιουργείται στην επιφάνεια του υγρού.

(2 μονάδες)

Η περίοδος του κύματος είναι $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4\ \mathrm{Hz}} = 0{,}25\ \mathrm{s}$, επομένως στο χρονικό διάστημα $0{,}25\ \mathrm{s}$ ο φελλός θα έχει διανύσει απόσταση τετραπλάσια του πλάτους του: $s = 4y_0$ **[1 μον.]** Άρα $y_0 = \frac{s}{4} = 2{,}0\ \mathrm{cm}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(ε) Προσθέτουμε σταθμά ώστε η συνολική μάζα να γίνει $m_1 = 0{,}200\ \mathrm{kg}$. Το σύστημα ρυθμίζεται έτσι ώστε η ακίδα να κτυπά την επιφάνεια του υγρού όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της ταλάντωσής του.

i. Να αναφέρετε αν θα μεταβληθεί το μήκος κύματος του τρέχοντος κύματος που δημιουργείται στην επιφάνεια του υγρού.

(1 μονάδα)

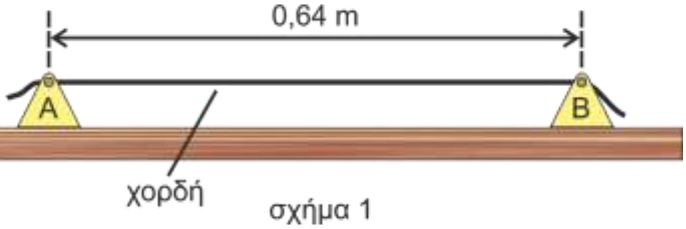
Δεν θα μεταβληθεί.	**1 μον.**

ii. Να αναφέρετε αν θα μεταβληθεί το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος ελατήριο – σώμα.

(1 μονάδα)

Θα μεταβληθεί.	**1 μον.**

13. Το πιο κάτω σχήμα (Σχ. 1) δείχνει μια χορδή κιθάρας. Η χορδή είναι ακλόνητα στερεωμένη σε δύο σημεία Α και Β. Όταν η χορδή ταλαντώνεται με τη δεύτερη αρμονική της συχνότητα, η συχνότητα του ήχου που παράγεται είναι $216\ \mathrm{Hz}$.



σχήμα 1

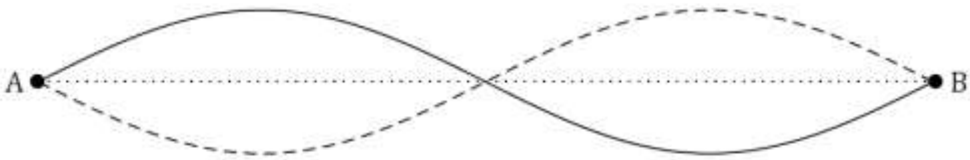
(α) Να αναφέρετε ποια πρέπει να είναι η σχέση του μήκους της χορδής με το μήκος κύματος έτσι ώστε να είναι δυνατή η δημιουργία στάσιμου κύματος στη χορδή.

(1 μονάδα)

Το μήκος της χορδής πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση $$L = \nu \cdot \frac{\lambda}{2}, \qquad \nu = 1, 2, 3, \ldots$$	**1 μον.**

(β) **i**. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε τη μορφή της χορδής όταν ταλαντώνεται με τη δεύτερη αρμονική της συχνότητα.

(1 μονάδα)

Ορθός σχεδιασμός 	**1 μον.**

ii. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη δεύτερη αρμονική συχνότητα ταλάντωσης της χορδής.

(1 μονάδα)

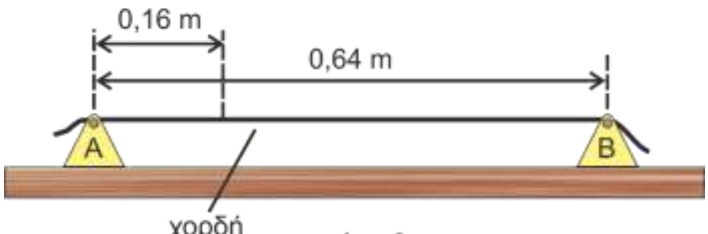
Όταν η χορδή ταλαντώνεται με τη δεύτερη αρμονική συχνότητά της: $L = 2\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = L = 0{,}64\ \mathrm{m}$	**1 μον.**

iii. Να υπολογίσετε την ταχύτητα των τρεχόντων κυμάτων στη χορδή.

(1 μονάδα)

$\upsilon = \lambda_2 f_2 = 0{,}64\ \mathrm{m} \cdot 216\ Hz = 138{,}24\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	**1 μον.**

(γ) Μετά το κούρδισμα της κιθάρας παράγεται μια ανώτερη αρμονική συχνότητα. Ο πλησιέστερος στο άκρο Α δεσμός απέχει απόσταση $0{,}16\ \mathrm{m}$ από αυτό (Σχ. 2).



σχήμα 2

i. Να προσδιορίσετε τις θέσεις που σχηματίζονται οι υπόλοιποι δεσμοί στη χορδή ως προς το σημείο αναφοράς Α.

(2 μονάδες)

Η απόσταση μεταξύ των δεσμών είναι $\lambda/2$, άρα $\lambda/2 = 0{,}16\ \mathrm{m}$ Δεσμοί παρατηρούνται στις θέσεις: $x = \nu\frac{\lambda}{2}$, $\nu = 0{,}1{,}2{,}3$ Άρα οι υπόλοιποι δεσμοί θα σχηματιστούν στις θέσεις: 0,32 m, 0,48 m. **[1 μον.]** για κάθε ορθή θέση δεσμού.	**2 μον.**

ii. Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ανώτερης αρμονικής συχνότητας που παράγεται.

(2 μονάδες)

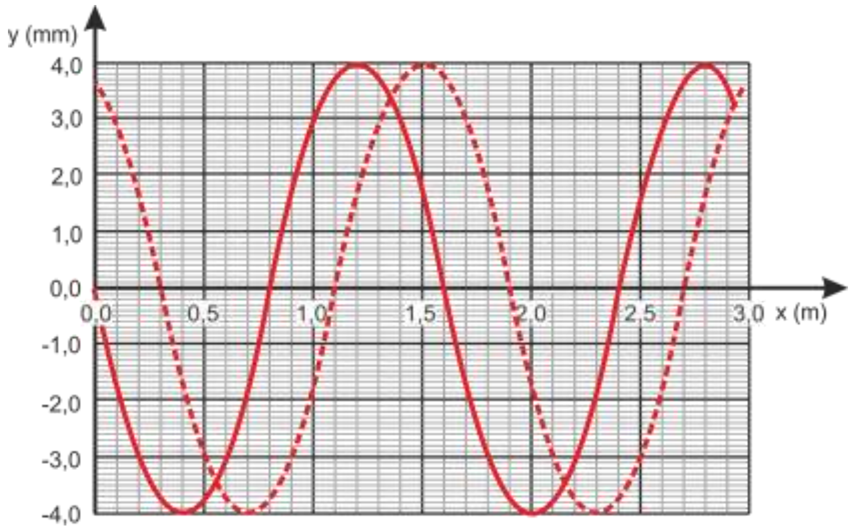
$f_2 = 2f_0 \Rightarrow f_0 = 108\ \mathrm{Hz}$ **[1 μον.]** $f_4 = 4f_0 \Rightarrow f_4 = 432\ \mathrm{Hz}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(δ) Να εισηγηθείτε δύο τρόπους με τους οποίους ο κιθαρίστας μπορεί να αυξήσει τη θεμελιώδη συχνότητα που παράγεται.

(2 μονάδες)

1. Να μειώσει το μήκος της χορδής **[1 μον.]** **2.** Να τεντώσει τη χορδή, δηλαδή να αυξήσει την τείνουσα δύναμη **[1 μον.]** (ή όποιες άλλες μεταβολές στο σύστημα οδηγούν στην αύξηση της θεμελιώδους συχνότητας που παράγεται).	**2 μον.**

14. Ένα ηχητικό κύμα διαδίδεται σε μια αέρια στήλη, από αριστερά προς τα δεξιά. Η πιο κάτω γραφική παράσταση δείχνει τις οριζόντιες μετατοπίσεις y, των σωματιδίων του αέρα συναρτήσει της θέσης x, στην οριζόντια διεύθυνση. Η συνεχής και η διακεκομμένη γραμμή δείχνουν τις οριζόντιες μετατοπίσεις των σωματιδίων του αέρα τις χρονικές στιγμές $t_1 = 0$ και $t_2 = 0{,}882\ \mathrm{ms}$, αντίστοιχα. Η περίοδος του κύματος είναι μεγαλύτερη από $0{,}882\ \mathrm{ms}$.



(α) Να γράψετε ποιο κύμα χαρακτηρίζεται ως διάμηκες.

(1 μονάδα)

Είναι το κύμα όπου η ταλάντωση των σωματιδίων του μέσου γίνεται παράλληλα προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος.	**1 μον.**

(β) Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα να υπολογίσετε:

i. την ταχύτητα διάδοσης του κύματος,

(2 μονάδες)

Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}882\ \mathrm{ms}$ το κύμα διαδίδεται σε απόσταση $\Delta x = 0{,}30\ \mathrm{m}$ **[1 μον.]**. Άρα $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}30\ \mathrm{m}}{0{,}882\ \mathrm{ms}} = 340\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$ **[1 μον.]**.	**2 μον.**

ii. την κυκλική συχνότητα ταλάντωσης των σωματιδίων του αέρα.

(2 μονάδες)

$\lambda = 1{,}60\ \mathrm{m}$ **[1 μον.]** $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{\upsilon}{\lambda} = 2\pi \frac{340\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}{1{,}60\ \mathrm{m}} = 1{,}33 \times 10^3\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(γ) Ένα σωματίδιο του αέρα έχει τη θέση ισορροπίας του στη θέση $x = 1{,}0\ \mathrm{m}$.

Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα:

i. να γράψετε ποια είναι η κατεύθυνση κίνησής του τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$,

(1 μονάδα)

Το σωματίδιο κινείται προς τα αριστερά (προς την αρνητική φορά ή προς τη θέση ισορροπίας).	**1 μον.**

ii. να δείξετε ότι τη χρονική στιγμή $t_2 = 0{,}882\ \mathrm{ms}$ το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σωματιδίου είναι $4{,}6 \mathrm{m/s}$.

(2 μονάδες)

$\lvert\vec{u}_{\tau\alpha\lambda}\rvert = \omega\sqrt{x_0^2 - x^2} \Rightarrow$ $\lvert\vec{u}_{\tau\alpha\lambda}\rvert = 1{,}33 \times 10^3\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\sqrt{(4{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})^2 - (-2{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})^2}$ **[1 μον.]** $\Rightarrow\ \lvert\vec{u}_{\tau\alpha\lambda}\rvert = 4{,}6\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

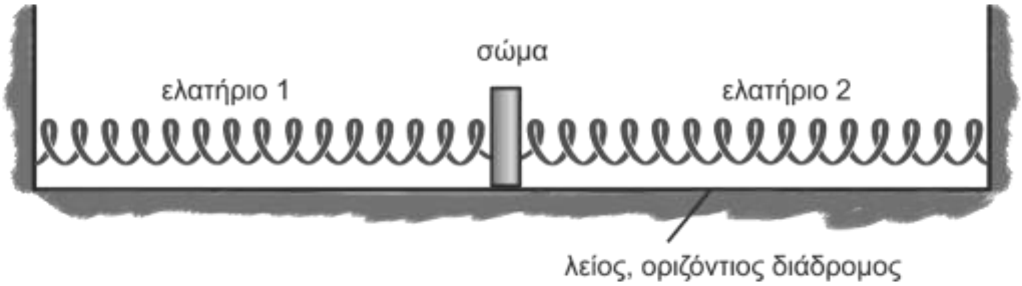
(δ) Χρησιμοποιώντας το διάγραμμα, να προσδιορίσετε τουλάχιστον μία θέση, στην οποία η πίεση είναι μέγιστη και τουλάχιστον μία θέση, στην οποία η πίεση είναι ελάχιστη τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$.

(2 μονάδες)

Η πίεση είναι ελάχιστη στις θέσεις 0,8 m και 2,4 m **[1 μον.]** Η πίεση είναι μέγιστη στις θέσεις 0,0 m και 1,6 m **[1 μον.]**	**2 μον.**

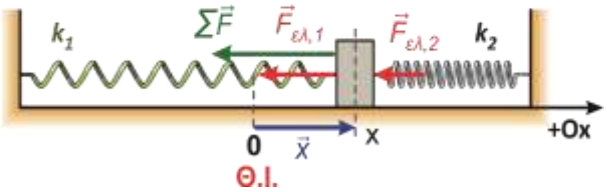
15. Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}80\ \mathrm{kg}$ είναι στερεωμένο ανάμεσα σε δύο όμοια αβαρή οριζόντια ελατήρια, όπως στο σχήμα, και μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο διάδρομο. Για την επιμήκυνση ή συμπίεση κάθε ελατηρίου κατά $1{,}0\ \mathrm{mm}$ απαιτείται δύναμη $0{,}030\ \mathrm{N}$. Η απόσταση μεταξύ των κατακόρυφων τοίχων είναι ρυθμισμένη, ώστε και τα δύο ελατήρια να έχουν το φυσικό τους μήκος, όταν το σώμα βρίσκεται σε ηρεμία στο μέσο της διάταξης. Το σώμα μετατοπίζεται $60\ \mathrm{mm}$, προς τα δεξιά, από την θέση ισορροπίας και αφήνεται να κινηθεί τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Ως αρχή μέτρησης των μετατοπίσεων θεωρούμε τη θέση ισορροπίας του σώματος και θετική φορά αυτή προς τα δεξιά.



(α) Να αποδείξετε ότι το σύστημα σώμα–ελατήρια θα εκτελέσει ΑΑΤ.

(3 μονάδες)

<table>
<tr>
<td>
Εάν το σώμα μετακινηθεί σε μία θέση $x > 0$, το μήκος του αριστερού ελατηρίου αυξάνεται κατά x , και το μήκος του δεξιού ελατηρίου ελαττώνεται κατά x .


Τότε στο σώμα ασκούνται από τα δύο ελατήρια οι δυνάμεις $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,1}$ και $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,2}$ που φαίνονται στο πιο πάνω σχήμα. Οι δυνάμεις $\vec{F}_{\varepsilon\lambda_1}$ και $\vec{F}_{\varepsilon\lambda_2}$ έχουν ίσα μέτρα, την ίδια κατεύθυνση (προς τη ΘΙ), και είναι αντίρροπες με τη μετατόπιση $\vec{x}$.
Σχήμα με τα πιο πάνω στοιχεία. **[1 μον.]**
Άρα, στην οριζόντια διεύθυνση η συνισταμένη δύναμη στο σώμα ισούται με:
$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\varepsilon\lambda_1} + \vec{F}_{\varepsilon\lambda_2} \Rightarrow \Sigma F = F_{\varepsilon\lambda_1} + F_{\varepsilon\lambda_2} = -(k_1 + k_2)x$
[1 μον.]
Αφού τα ελατήρια είναι όμοια: $k_1 = k_2 = k$. Άρα $\Sigma F = -2kx$
Δηλαδή $\Sigma F = -Dx$, άρα το σύστημα θα εκτελέσει ΑΑΤ με $D = 2k$.
[1 μον.]
</td>
<td>**3 μον.**</td>
</tr>
</table>

(β) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή, που το σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση.

(2 μονάδες)

<table>
<tr>
<td>$k = \frac{F}{m} = \frac{0{,}030\ \mathrm{N}}{1{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}} = 30\frac{N}{m}$</td>
<td>**2 μον.**</td>
</tr>
</table>

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}80\ kg}{2\cdot 30\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}} = 0{,}73\ \mathrm{s}$ **[1 μον.]** $t = \frac{3T}{4} = 0{,}55\ \mathrm{s}$ **[1 μον.]**	

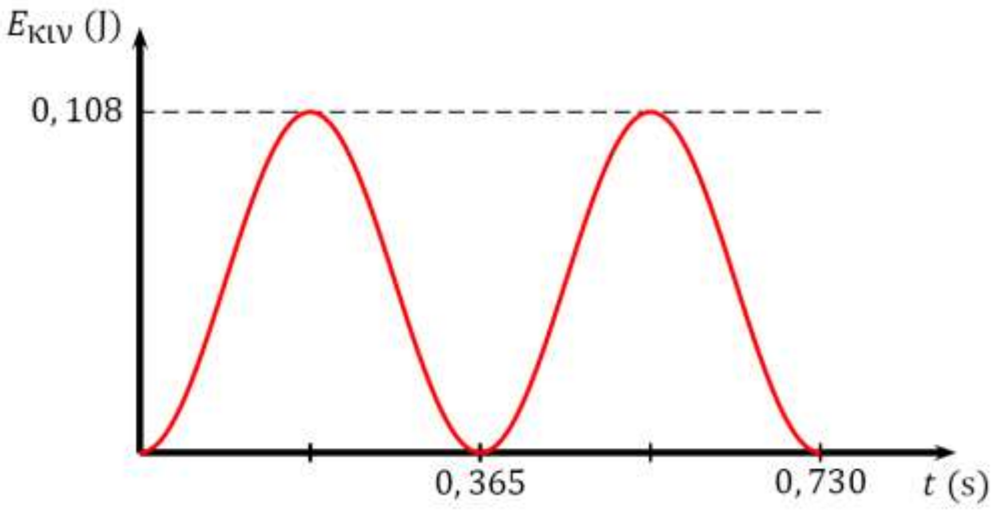
(γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος.

(2 μονάδες)

$E_{KIN_{max}} = E_{MHX} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2$ **[1 μον.]** $E_{KIN_{max}} = \frac{1}{2}m\omega^2 x_0^2 = \frac{1}{2}(0{,}80\ \mathrm{kg}) \times \left(8{,}66\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right)^2 \times (60 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})^2 =$ $0{,}108\ \mathrm{J}$ **[1 μον.]** ή $E_{KIN_{max}} = E_{MHX} = \frac{1}{2}2kx_0^2$ **[1 μον.]** $E_{KIN_{max}} = \left(30\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \times (60 \times 10^{-3}\ \mathrm{m})^2 = 0{,}108\ \mathrm{J}$ **[1 μον.]**	**2 μον.**

(δ) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο για χρονικό διάστημα της πρώτης περιόδου της ταλάντωσης.

(3 μονάδες)

Σωστή βαθμονόμηση αξόνων **[1μον.]** και σωστή μορφή γραφικής παράστασης **[2 μον.]**  	**3 μον.**

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ