

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΡΙΘΜΩΝ

Διερεύνηση δυνάμεων 1

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι αληθείς και ποιες όχι.

Να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.

$$2^4 = 2 \cdot 4$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3^5$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$2^3 = 3^2$$

$$16^1 = 8^2$$

$$(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 6^3$$

Διερεύνηση δυνάμεων 2

Πιο κάτω παρουσιάζονται 4 διαφορετικοί τρόποι για να γράψει κάποιος τον αριθμό 16:

2^4	$12 - (2^1 + 2^2) + \frac{500}{50}$	$2^3 + 2^3$	$\frac{2}{3} \cdot 48^1 - (1 + 3)^2$
-------	-------------------------------------	-------------	--------------------------------------

Να βρείτε τουλάχιστον τρεις διαφορετικούς τρόπους για να γράψετε κάθε μια από τις παρακάτω τιμές. Να χρησιμοποιήσετε τουλάχιστον μια δύναμη σε κάθε μια από τις εκφράσεις που θα γράψετε.

$$81$$

$$2^5$$

$$64$$

$$\frac{9}{9}$$

Διερεύνηση δυνάμεων 3

Σε κάθε μια από τις παρακάτω εξισώσεις, το x μπορεί να αντικατασταθεί με έναν αριθμό που επαληθεύει την ισότητα. Να βρείτε τον αριθμό αυτό.

$$64 = x^2$$

$$64 = x^3$$

$$2^x = 32$$

$$x = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$\frac{16}{9} = x^2$$

$$\begin{aligned}2 \cdot 2^5 &= 2^x \\2x &= 2^4 \\4^3 &= 8^x \\x^2 &= 25 \\(x + 1)^2 &= 25\end{aligned}$$

Η προσφορά του Τζίνι

Όταν ανοίξατε ένα μπουκάλι που βρήκατε στην παραλία, εμφανίστηκε μπροστά σας ένα Τζίνι. Σε αντάλλαγμα για την ελευθερία που του προσφέρατε, σας καλεί να διαλέξετε μία από τις δύο προσφορές που σας κάνει. Η πρώτη προσφορά είναι 50000 χρυσά νομίσματα ενώ η δεύτερη ένα μαγικό χρυσό νόμισμα. Το νόμισμα αυτό γίνεται δύο νομίσματα την πρώτη μέρα, τέσσερα τη δεύτερη μέρα ενώ την τρίτη μέρα γίνεται οκτώ. Το Τζίνι διευκρινίζει ότι τα νομίσματα συνεχίζουν να διπλασιάζονται μέχρι το τέλος ενός κύκλου του φεγγαριού, δηλ. για 28 ημέρες. Ποια προσφορά θα διαλέγατε;

Αφού κάνετε την επιλογή σας, να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις:

Ποιος θα είναι ο αριθμός των νομισμάτων την τέταρτη ημέρα;

Μπορείτε να γράψετε τον αριθμό σε μορφή δύναμης;

Να γράψετε μια έκφραση για τον αριθμό των νομισμάτων που θα υπάρχουν την 28^η μέρα. Είναι λιγότερο ή περισσότερο από ένα εκατομμύριο νομίσματα;

Η Κατερίνα στο Λονδίνο

Δραστηριότητα

Η Κατερίνα απολαμβάνει ένα γεύμα σε ένα εστιατόριο του Λονδίνου, όπου το Φ.Π.Α. στα εστιατόρια ανέρχεται στο 15%. Φεύγοντας αφήνει φιλοδώρημα 10% της τιμής του γεύματος πριν προστεθεί το Φ.Π.Α. Συνολικά πληρώνει 25 στερλίνες.

Πόση ήταν η αξία του γεύματος χωρίς το φιλοδώρημα και το Φ.Π.Α.;

Προσοχή στις παρενθέσεις

Να υπολογίσετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.

(α) $2(5 + (3)(2) + 4)$

(β) $2((5 + 3)(2 + 4))$

(γ) $2(5 + 3(2 + 4))$

Μπορούμε να αφαιρέσουμε τις παρενθέσεις σε κάποια από τις 3 παραπάνω παραστάσεις, χωρίς να αλλάξει η αριθμητική τιμή της; Αν ναι σε ποια από αυτές και γιατί;

Πάντα, μερικές φορές ή ποτέ;

Για κάθε μία από τις παρακάτω εξισώσεις να εξετάσετε αν ισχύει για όλες τις τιμές του x , για μία ή για καμία. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

(α) $(3 + 5)a = 5a + 3a$

(β) $2a + 1 = 2a + 3$

(γ) $5a + 3 = 3a + 5$

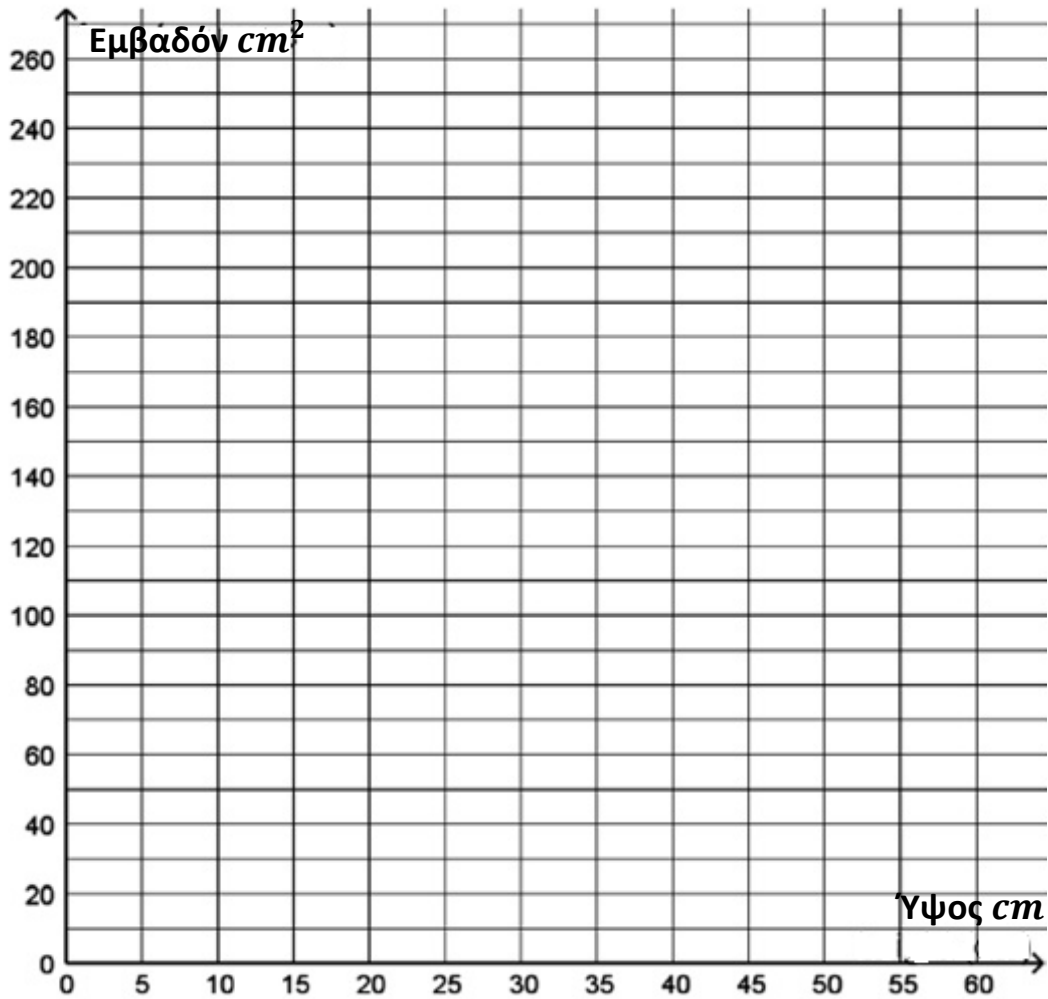
Είδη τριγώνων

Έχουμε ένα σύνολο τριγώνων. Έχουν όλα μια πλευρά μήκους 10cm , που θεωρούμε ότι είναι η βάση του τριγώνου.

Τα τρίγωνα έχουν διαφορετικό ύψος και επομένως και διαφορετικό εμβαδόν. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Ύψος (σε cm)	Εμβαδόν (σε cm^2)
10	
20	
25	
	200
50	

Να παραστήσετε τα ζεύγη του παραπάνω πίνακα σε ορθοκανονικό σύστημα και να γράψετε δίπλα σε κάθε σημείο τις συντεταγμένες του.



Τι συμβολίζουν οι αριθμοί που συμπληρώσατε στον πίνακα, στο ορθοκανονικό σύστημα;

Εάν E συμβολίζει το εμβαδόν του τριγώνου και $υ$ το αντίστοιχο ύψος, να γράψετε μια εξίσωση χρησιμοποιώντας τα E και $υ$, που να αναπαριστά το εμβαδόν των παραπάνω τριγώνων.

Μπισκότα

1. Η Μαρία έχει 48 μπισκότα σοκολάτας για να τα βάλει σε σακουλάκια. Πόσες σακούλες μπορεί να γεμίσει αν χρησιμοποιεί όλα τα μπισκότα και βάζει τον ίδιο αριθμό σε κάθε σακούλα; Να βρείτε όλες τις δυνατές περιπτώσεις. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
2. Η Μαρία έχει 64 μπισκότα βανίλιας για να τα βάλει σε σακουλάκια. Πόσες σακούλες μπορεί να γεμίσει αν χρησιμοποιεί όλα τα μπισκότα και βάζει τον ίδιο αριθμό σε κάθε σακούλα; Να βρείτε όλες τις δυνατές περιπτώσεις. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

3. Πόσες σακούλες θα γεμίσει η Μαρία αν τοποθετεί μπισκότα σοκολάτας και μπισκότα βανίλιας στις ίδιες σακούλες; Χρησιμοποιεί όλα τα μπισκότα και θέλει να βάλει τον ίδιο αριθμό μπισκότων σοκολάτας και βανίλιας σε κάθε σακούλα. Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
4. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός σακουλιών που μπορεί να γεμίσει με ίσο αριθμό μπισκότων σοκολάτας και μπισκότων βανίλιας σε κάθε ένα; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Παράγοντες και κοινοί παράγοντες

1. Να γράψετε όλους τους διαιρέτες του 48.
2. Να γράψετε όλους τους διαιρέτες του 64.
3. Ποιοι είναι οι κοινοί διαιρέτες του 48 και του 64;
4. Ποιός είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης του 48 και του 64;

Πολλαπλάσια και κοινά πολλαπλάσια

1. Να γράψετε όλα τα πολλαπλάσια του 8 που είναι μικρότερα ή ίσα με 100.
2. Να γράψετε όλα τα πολλαπλάσια του 12 που είναι μικρότερα ή ίσα με 100.
3. Ποια είναι τα κοινά πολλαπλάσια του 8 και του 12;
4. Ποιο είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 8 και του 12;
5. Η Άντρια παρατήρησε ότι η λίστα των κοινών πολλαπλασίων έχει ένα μοτίβο. Να περιγράψετε το μοτίβο που υποστηρίζει η Άντρια ότι παρατήρησε.

Στο ανθοπωλείο

Ο ανθοπώλης παραγγέλνει τριαντάφυλλα που έρχονται σε δέσμες των 12 και κρίνους σε δέσμες των 8. Τον προηγούμενο μήνα παρήγγειλε τον ίδιο αριθμό τριαντάφυλλων και κρίνων.

Αν δεν παρήγγειλε περισσότερα από 100 τριαντάφυλλα πόσες δέσμες από κάθε λουλούδι παρήγγειλε;

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός δεσμών που θα μπορούσε να παραγγείλει ώστε ο αριθμός των τριαντάφυλλων και των κρίνων να είναι ίσος;

Να εξηγήσετε το συλλογισμό σας.

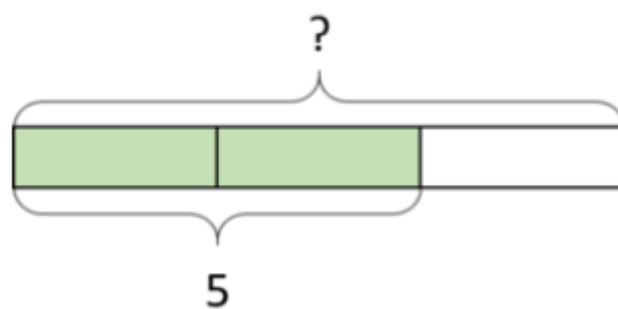
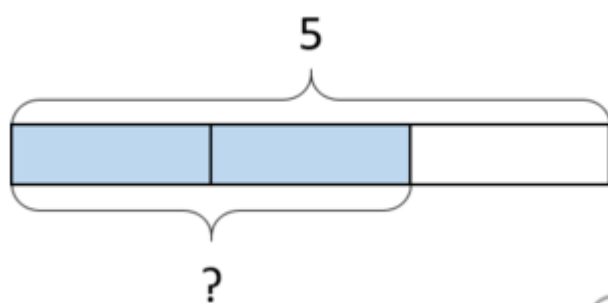
Διαιρώντας με ένα κλάσμα.

Να ταιριάξετε κάθε μια από τις παρακάτω εξισώσεις με ένα από τα παρακάτω δυο διαγράμματα. Να εξηγήσετε πως το διάγραμμα αναπαριστά την εξίσωση.

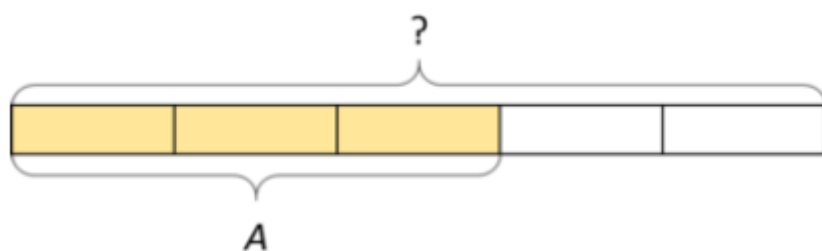
$$\frac{2}{3} \cdot ? = 5$$

$$\frac{2}{3} \cdot 5 = ?$$

$$\frac{3}{2} \cdot 5 = ?$$



Να εξηγήσετε πώς το παρακάτω διάγραμμα αναπαριστά και τις δύο πιο κάτω εξισώσεις:



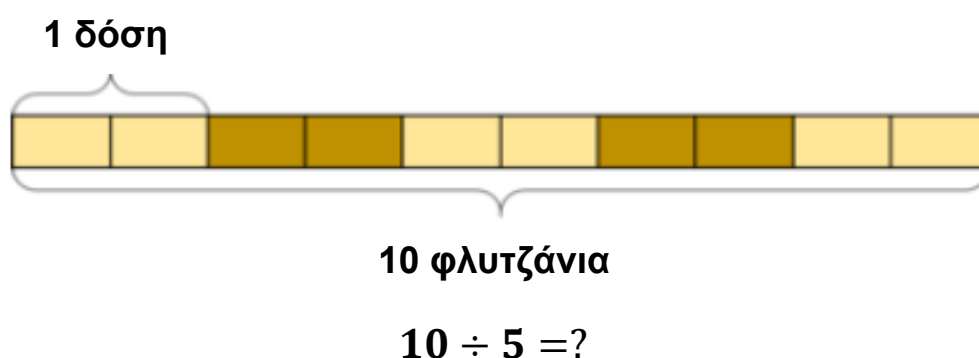
$$\frac{3}{5} \cdot ? = A$$

$$\frac{5}{3} \cdot A = ?$$

Να μετατρέψετε την πρώτη εξίσωση σε εξίσωση με διαίρεση και να τη συγκρίνετε με τη δεύτερη.

Ψήνοντας!

Για πέντε δόσεις μπισκότων χρειαζόμαστε 10 φλυτζάνια αλεύρι. Πόσα φλυτζάνια αλεύρι χρειαζόμαστε για μία δόση μπισκότων; Παρακάτω φαίνεται ένα διάγραμμα και μια εξίσωση με διαίρεση που αντιπροσωπεύει την κατάσταση:



Για κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις να σχεδιάσετε το κατάλληλο διάγραμμα και να γράψετε την αντίστοιχη εξίσωση με διαίρεση.

1. 6 φλυτζάνια αλεύρι κατασκευάζουν 4 δόσεις μικρών κέικ. Πόσα φλυτζάνια αλεύρι χρειαζόμαστε για μια δόση;
2. Με 2 φλυτζάνια αλεύρι φτιάχνουμε $\frac{2}{3}$ μια δόση ψωμιού. Πόσα φλυτζάνια αλεύρι χρειαζόμαστε για μια δόση;
3. Με $1\frac{1}{4}$ φλυτζάνια αλεύρι φτιάχνουμε $\frac{1}{2}$ δόση ντόνατς. Πόσα φλυτζάνια αλεύρι χρειαζόμαστε για μια δόση;

Φτιάχνοντας κακάο

Για ένα θερμό ζεστής σοκολάτας χρησιμοποιούμε $\frac{2}{3}$ ενός φλυτζανιού σκόνης κακάο. Πόσα θερμός μπορεί να φτιάξει ο Μιχάλης αν έχει στη διάθεσή του 3 φλυτζάνια σκόνης κακάο;

1. Προσπαθήστε να λύσετε το πρόβλημα ζωγραφίζοντας μια εικόνα.
2. Να εξηγήσετε πως βρήκατε τη λύση από τη εικόνα που φτιάξατε.
3. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αναπαριστά το πρόβλημα; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

$$3 \times \frac{2}{3} = x, 3 \div \frac{2}{3} = x, \frac{2}{3} \div 3 = x$$

4. Να λύσετε την εξίσωση που επιλέξατε στην προηγούμενη ερώτηση και να εξετάσετε αν βρήκατε την ίδια απάντηση.

Φτιάχνοντας ζεστή σοκολάτα

Μια συνταγή για ζεστή σοκολάτα χρειάζεται 3 φλυτζάνια γάλα. Τι μέρος της συνταγής μπορεί να φτιάξει ο Μιχάλης με $\frac{2}{3}$ του φλυτζανιού γάλα;

1. Προσπαθήστε να λύσετε το πρόβλημα ζωγραφίζοντας μια εικόνα.
2. Να εξηγήσετε πως βρήκατε τη λύση από τη εικόνα που φτιάξατε.
3. Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις αναπαριστά το πρόβλημα; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

$$3 \times \frac{2}{3} = x, 3 \div \frac{2}{3} = x, \frac{2}{3} \div 3 = x$$

4. Να λύσετε την εξίσωση που επιλέξατε στην προηγούμενη ερώτηση και να εξετάσετε αν βρήκατε την ίδια απάντηση.

Ψήνοντας ψωμί

Για μια φουρνιά ψωμιού χρειαζόμαστε 5 φλυτζάνια αλεύρι για κάθε 2 κουταλάκια μαγιάς.

1. Πόσο αλεύρι και πόση μαγιά θα χρειαστείτε για δυο φουρνιές ψωμιού; Να σχεδιάσετε ένα σχήμα όπου να φαίνονται οι φουρνιές ψωμιού και η συνολική ποσότητα αλευριού και μαγιάς που θα χρειαστείτε.
2. Πόσες φουρνιές ψωμιού μπορείτε να φτιάξετε με 15 φλυτζάνια αλευριού και 6 κουταλάκια μαγιάς; Να σχεδιάσετε τις φουρνιές στο παρακάτω σχήμα.



Λέμε ότι οι λόγοι 5:2, 10:4 και 15:6 είναι ισοδύναμοι. Σε αυτή την περίπτωση, ακόμη και αν οι ποσότητες των συστατικών διαφέρουν, φτιάχνουν τελικά το ίδιο είδος ψωμιού. Να βρείτε και άλλους ισοδύναμους λόγους και να τους παραστήσετε με τη βοήθεια σχήματος.

Ισοδύναμοι λόγοι

1. Σε μια μουσική μπάντα υπάρχουν 24 τρομπέτες και 15 τύμπανα.
Η Μαρία λέει: «ο λόγος των τρομπετών προς τα τύμπανα είναι 24:15.
Ο Ανδρέας λέει: «ο λόγος των τρομπετών προς τα τύμπανα είναι 8:5».
Ποιος έχει δίκαιο και γιατί;
2. Μια άλλη μουσική μπάντα έχει 30 τύμπανα, αλλά ο λόγος των τρομπετών προς τα τύμπανα είναι ο ίδιος με αυτόν της πρώτης μπάντας. Πόσες τρομπέτες έχει;
3. Να εξηγήσετε τι κοινό έχουν οι παρακάτω λόγοι: 8:5, 16:10, 24:15.
Χρησιμοποιείστε ένα διάγραμμα για να υποστηρίξετε την απάντησή σας.
4. Να σχηματίσετε ένα σύνολο λόγων ισοδύναμους προς το 6:21.
5. Να εξηγήσετε με δικά σας λόγια τι σημαίνει «ισοδύναμοι λόγοι».

Ψηφίζοντας για δύο, 1η περίπτωση.

Ο Γιάννης και η Μαρία είναι υποψήφιοι για Πρόεδροι της τάξης τους. Συνολικά ψηφίζουν 24 μαθητές και ο Γιάννης παίρνει 2 ψήφους για κάθε μια που παίρνει η Μαρία. Πόσες ψήφους πήρε ο καθένας;

Ψηφίζοντας για δύο, 2^η περίπτωση.

Ο Γιάννης και η Μαρία είναι υποψήφιοι για Πρόεδροι της τάξης τους. Συνολικά ψηφίζουν 24 μαθητές και ο Γιάννης παίρνει 2 ψήφους για κάθε μια που παίρνει η Μαρία. Πόσες παραπάνω ψήφους πήρε ο Γιάννης από την Μαρία;

Ψηφίζοντας για δύο, 3^η περίπτωση.

Ο Γιάννης και η Μαρία είναι υποψήφιοι για Πρόεδροι της τάξης τους. Συνολικά ψηφίζουν 24 μαθητές και ο Γιάννης παίρνει 2 ψήφους για κάθε μια που παίρνει η Μαρία. Για να εκλεγεί κάποιος Πρόεδρος πρέπει να πάρει τουλάχιστον τις μισές ψήφους. Πόσες ψήφους παραπάνω από τις μισές πήρε ο Γιάννης;

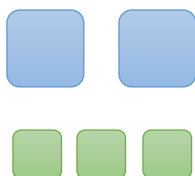
Εξετάζοντας προτάσεις για αναλογίες

Ο λόγος του αριθμού των αγοριών προς τα κορίτσια ενός σχολείου είναι 4:5. Στο σχολείο αυτό φοιτούν 270 μαθητές. Για κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις, να αποφασίσετε αν είναι ορθή ή λανθασμένη και γιατί:

1. Ο αριθμός των αγοριών του σχολείου είναι τα $\frac{4}{5}$ του αριθμού των κοριτσιών.
2. Τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών του σχολείου είναι αγόρια.
3. Υπάρχουν ακριβώς 30 κορίτσια περισσότερα από τα αγόρια.
4. Υπάρχουν ακριβώς 30 αγόρια στο σχολείο.
5. Τα $\frac{5}{9}$ των μαθητών του σχολείου είναι κορίτσια.

Αναπαριστώντας πραγματικές καταστάσεις με λόγους.

Μια συνταγή σάλτσας χρησιμοποιεί 2 φλυτζάνια χυμού ντομάτας και 3 κουτάλια λάδι. Μπορούμε να πούμε ότι ο λόγος των φλυτζανιών του χυμού ντομάτας προς τα κουτάλια λάδι στη συνταγή αυτή είναι 2:3, ή μπορούμε να πούμε ότι ο λόγος των κουταλιών λαδιού προς τα φλυτζάνια του χυμού ντομάτας είναι 3:2.



Για κάθε μια από τις παρακάτω καταστάσεις, να σχεδιάσετε ένα σχήμα και να ονομάσετε 2 λόγους που να αντιπροσωπεύουν την κάθε κατάσταση.

1. Για να κατασκευάσουμε πάστα πεπιεσμένου χαρτιού χρειαζόμαστε 2 μέρη νερού και 1 μέρος αλεύρι.
2. Ένας αγρότης πουλάει 3 kg ροδάκινα προς €5.
3. Ένας άνθρωπος περπατάει 8 Km σε 2 ώρες,

Τιμή ανά κιλό και κιλά ανά ευρώ

Σε ένα μανάβικο πουλάνε όσπρια σε συσκευασία. Πάνω στην πινακίδα γράφει,

5 κιλά για €4.

Στο κατάστημα αυτό μπορεί κάποιος να αγοράσει οποιονδήποτε αριθμό κιλών με αυτή την αναλογία στην τιμή.

Η Γεωργία λέει: «Ο λόγος του αριθμού των ευρώ προς τον αριθμό των κιλών είναι 4:5. Αυτό σημαίνει € 0,80 ανά κιλό.»

Ο Παναγιώτης λέει: «Η πινακίδα γράφει ότι ο λόγος του αριθμού των κιλών προς αυτό των ευρώ είναι 5:4. Αυτό σημαίνει 1,25 κιλά το ευρώ.»

1. Έχουν και οι δύο δίκαιο; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
2. Η Ελένη χρειάζεται 2 κιλά φασόλια για να φτιάξει σούπα. Να της πείτε πόσα ευρώ θα χρειαστεί για την αγορά.
3. Η Δώρα έχει €10 και θέλει να αποθηκεύσει φασόλια. Να της εξηγήσετε πόσα κιλά μπορεί να αγοράσει.
4. Σκοπεύετε να απαντήσετε στα ερωτήματα (2) και (3) χρησιμοποιώντας το λόγο της Γεωργίας € 0,80 ανά κιλό, του Παναγιώτη 1,25 κιλά το ευρώ ή χρησιμοποιώντας κάποια άλλη μέθοδο; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Ψήνοντας ψωμί 2

Μια συνταγή για ψωμί χρειάζεται 4 κούπες αλεύρι, ένα ποτήρι νερό, δύο κουταλιές της σούπας μαγιά και ένα κουταλάκι του γλυκού αλάτι. Το παρακάτω διάγραμμα αντιστοιχεί σε μια δόση ψωμιού.

1 κούπα	1 κούπα	1 κούπα	1 κούπα
1 ποτήρι			
1 κουτάλι	1 κουτάλι		
1 κουταλάκι			

1. Πόση ποσότητα από κάθε συστατικό χρειαζόμαστε για 2 δόσεις ψωμιού; Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα που να το δείχνει αυτό.

2. Πόση ποσότητα από κάθε συστατικό χρειαζόμαστε για 3 δόσεις ψωμιού; Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα που να το δείχνει αυτό.
3. Πόση ποσότητα από κάθε συστατικό χρειαζόμαστε για 5 δόσεις ψωμιού; (Μπορείτε να απαντήσετε χωρίς να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα;)
4. Ποιος είναι ο λόγος του αλευριού προς τη μαγιά, στις 5 δόσεις ψωμιού;

Ψηφίζοντας για τρεις, 1^η περίπτωση.

1. Ο Γιάννης, η Μαρία και ο Ανδρέας είναι υποψήφιοι για πρόεδροι της τάξης τους. Από τους 36 μαθητές οι 16 ψήφισαν τον Γιάννη, οι 12 την Μαρία και οι 8 τον Ανδρέα. Ποιος είναι ο λόγος των ψήφων που πήρε ο Γιάννης προς αυτούς του Ανδρέα; Ποιος είναι ο λόγος των ψήφων που πήρε η Μαρία προς αυτούς του Ανδρέα; Ποιος είναι ο λόγος των ψήφων που πήρε η Μαρία προς αυτούς του Γιάννη;
2. Επειδή κανένας από τους υποψηφίους δεν ξεπέρασε τις μισές ψήφους, πρέπει να γίνει επαναληπτική εκλογή. Η Μαρία αποσύρεται και πείθει όλους τους ψηφοφόρους της να ψηφίσουν τον Ανδρέα. Ποιος είναι τώρα ο λόγος των ψήφων του Ανδρέα προς αυτούς που πήρε ο Γιάννης;
3. Ο Γιάννης και ο Ανδρέας βάζουν επίσης υποψηφιότητα για Πρόεδροι του Γυμνασίου. Υπάρχουν 90 ψηφοφόροι. Αν ο λόγος των ψήφων που παίρνει ο Ανδρέας προς αυτούς του Γιάννη παραμένει ο ίδιος όπως στην προηγούμενη ερώτηση, πόσες ψήφους παραπάνω από τον Γιάννη πήρε ο Ανδρέας;

Ψηφίζοντας για τρεις, 2^η περίπτωση.

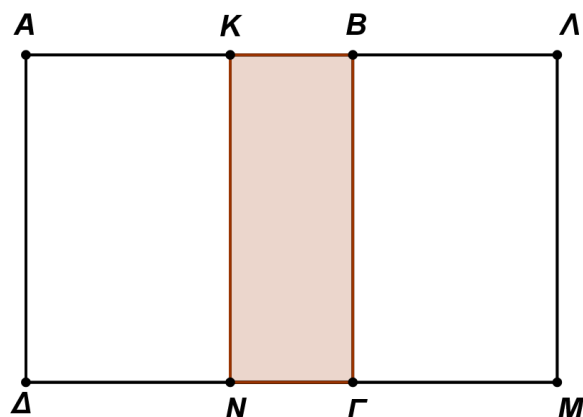
Ο Γιάννης, η Μαρία και ο Ανδρέας είναι υποψήφιοι για πρόεδροι της τάξης τους. Από τους 36 μαθητές που ψήφισαν, ο λόγος των ψήφων του Γιάννη προς αυτούς του Ανδρέα ήταν 2 προς 1. Η Μαρία πήρε ακριβώς τη μέση τιμή των ψήφων που πήραν και οι τρεις. Πόσες ψήφους παραπάνω από τη Μαρία πήρε ο Γιάννης;

Ψηφίζοντας για τρεις, 3^η περίπτωση.

Ο Γιάννης, η Μαρία και ο Ανδρέας είναι υποψήφιοι για πρόεδροι της τάξης τους. Από τους 36 μαθητές που ψήφισαν, ο λόγος των ψήφων του Γιάννη προς αυτούς του Ανδρέα ήταν 2 προς 1. Η Μαρία πήρε ακριβώς τη μέση τιμή των ψήφων που πήραν και οι τρεις. Ο Γιάννης πήρε παραπάνω ψήφους από την Μαρία. Τι μέρος των συνολικών ψήφων είναι αυτή η διαφορά;

Επικαλυπτόμενα τετράγωνα

Δύο ίσα τετράγωνα, $AB\Gamma\Delta$ και $K\Lambda MN$, έχουν πλευρά 15 cm. Επικαλύπτει το ένα το άλλο και σχηματίζουν ένα ορθογώνιο $A\Lambda M\Delta$ με διαστάσεις 15 cm επί 25 cm, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τι ποσοστό του εμβαδού του ορθογωνίου είναι σκιασμένο;



Επιμεριστική ιδιότητα

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κουτιά χρησιμοποιώντας τα ψηφία από 0 έως 9, μόνο μια φορά το καθένα, έτσι ώστε να ισχύει η ισότητα.

$$\boxed{} \left(\boxed{} + \boxed{} \right) = \boxed{} \boxed{} + \boxed{}$$

Σύγκριση αριθμών (1)

Ποιο από τα παρακάτω γινόμενα είναι μεγαλύτερο;

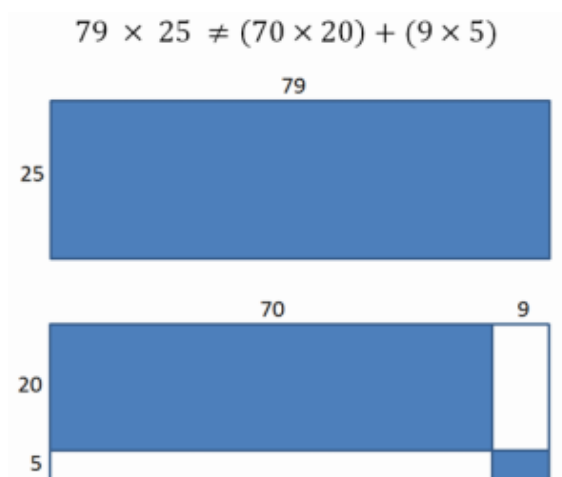
$$79 \cdot 25 \text{ ή } 75 \cdot 29;$$

Παρατήρηση

Ένας μαθητής έγραψε: «είναι ίσα γιατί:

- $75 \times 29 = (70 \times 20) + (5 \times 9)$
- $79 \times 25 = (70 \times 20) + (9 \times 5)$ »

Ένας άλλος μαθητής του υπέδειξε ότι κάνει λάθος και χρησιμοποίησε το παρακάτω σχήμα:



Σύγκριση αριθμών (2)

Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα είναι μεγαλύτερο;

$$\frac{13}{19} \text{ ή } \frac{2}{3}$$

Παρατήρηση

Ένας μαθητής έγραψε: «το $\frac{2}{3}$ είναι ίσο με $\frac{12}{18}$ και αν προσθέσω μια μονάδα και στον αριθμητή και στον παρονομαστή γίνεται $\frac{13}{19}$. Άρα τα δύο κλάσματα είναι ίσα.»

Έχει δίκιο ή όχι και γιατί;

Να υπολογίσετε την τιμή των παρακάτω παραστάσεων χωρίς υπολογιστική, χρησιμοποιώντας ιδιότητες των πράξεων.

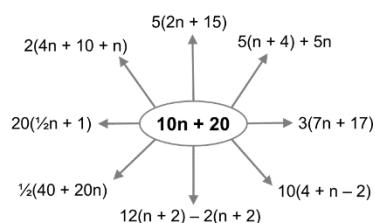
(α) $0,48 \cdot 920$

(β) $0,48 \cdot 921$

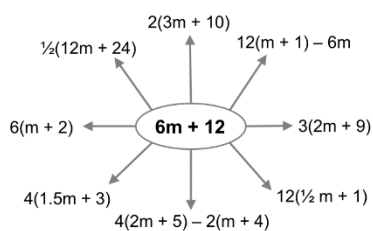
(γ) $0,4 \cdot 58 \cdot 5 \cdot 3$

(δ) $0,4 \cdot 58,6 \cdot 5 \cdot 3$

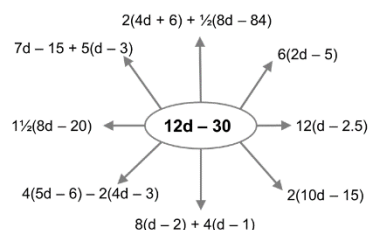
Αλγεβρικές πράξεις - Παραγοντοποίηση



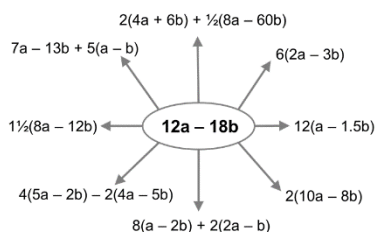
Ποιες εκφράσεις δεν είναι ίσες με $10n+20$;



Ποιες εκφράσεις δεν είναι ίσες με $6m+12$;



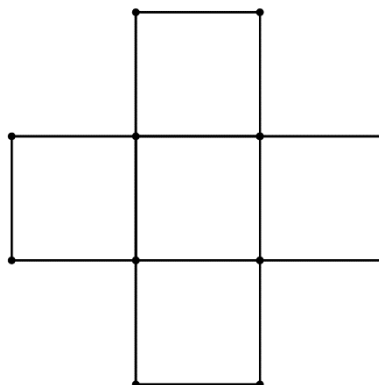
Ποιες εκφράσεις δεν είναι ίσες με $12d-30$;



Ποιες εκφράσεις δεν είναι ίσες με $12a-18b$;

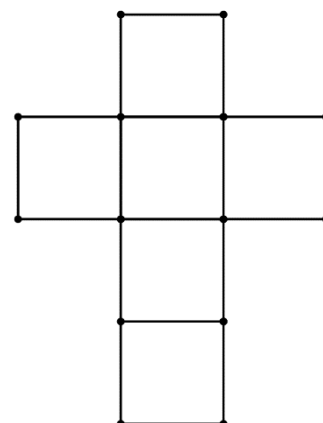
Puzzles με αριθμούς

- (α) Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 1, 2, 3, 4 και 5 για να συμπληρώσετε το διπλανό σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία της γραμμής και της στήλης να έχουν το ίδιο άθροισμα.



Γιατί το ψηφίο του κέντρου πρέπει να είναι περιττός αριθμός;
Γιατί το 5 και το 1 πρέπει να βρίσκονται στην ίδια ομάδα;

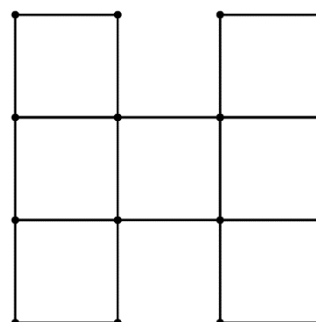
- (β) Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 και 6 για να συμπληρώσετε το διπλανό σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία της γραμμής και της στήλης να έχουν το ίδιο άθροισμα.



Γιατί το ψηφίο του κέντρου πρέπει να είναι περιττός αριθμός;

Γιατί το άθροισμα της γραμμής ή της στήλης δεν μπορεί να είναι 10;

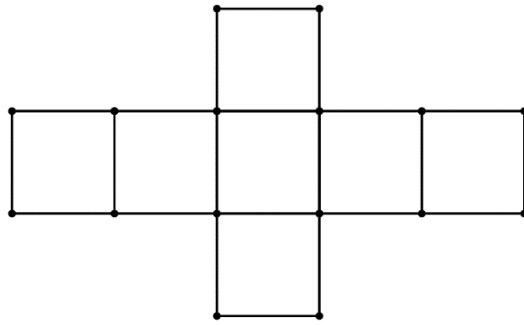
- (γ) Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6 και 7 για να συμπληρώσετε το διπλανό σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία και των τριών γραμμών να έχουν το ίδιο άθροισμα.



Γιατί το ψηφίο του κέντρου πρέπει να είναι άρτιος αριθμός;

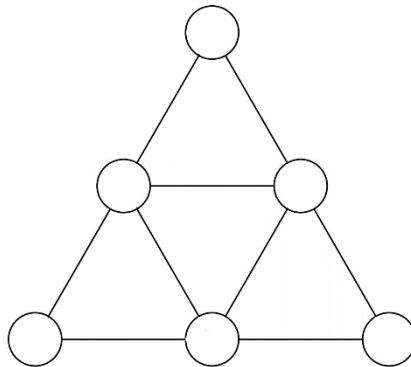
Να αποδείξετε ότι το 6 και το 7 δεν μπορούν να βρίσκονται στην ίδια γραμμή.

- (δ) Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6 και 7 για να συμπληρώσετε το διπλανό σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία και των δυο γραμμών να έχουν το ίδιο άθροισμα.

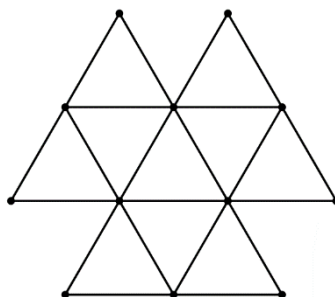


Να αποδείξετε ότι στο κέντρο πρέπει να βρίσκεται άρτιος αριθμός.
Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γραμμών πρέπει να είναι 15, 16 ή 17.

- (ε) Να χρησιμοποιήσετε όλα τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5 και 6 για να συμπληρώσετε το παρακάτω σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία των τριών γραμμών να έχουν το ίδιο άθροισμα.



- (στ) Να χρησιμοποιήσετε τους δέκα πρώτους περιττούς αριθμούς για να συμπληρώσετε το παρακάτω σχήμα, έτσι ώστε τα ψηφία των τριών τριγώνων που «κοιτάζουν» προς τα πάνω να έχουν άθροισμα 46.

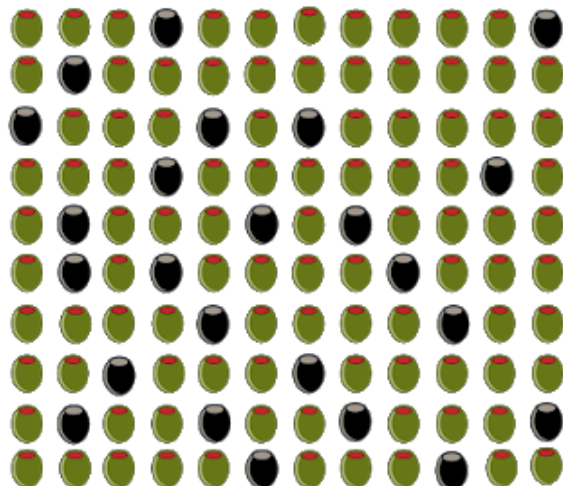


Ιδιότητες δυνάμεων (με χρώματα!)

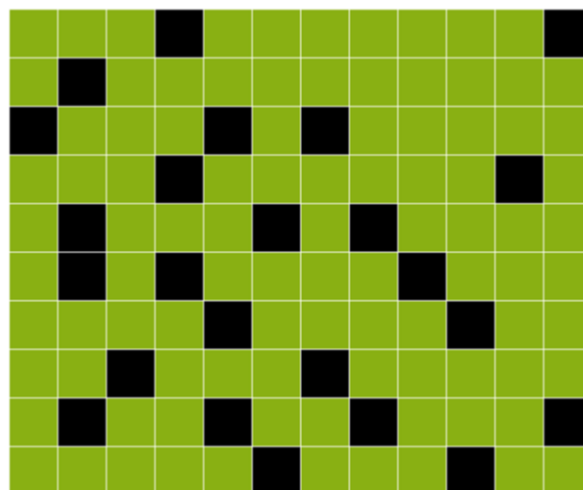
$$\begin{aligned} \square^{\color{red}1} \times \square^{\color{yellow}1} &= \square^{(\color{red}1 + \color{yellow}1)} = \square^{\color{orange}2} \\ \frac{\square^{\color{orange}2}}{\square^{\color{red}1}} &= \square^{(\color{orange}2 - \color{red}1)} = \square^{\color{yellow}1} \\ (\square^{\color{red}1})^{\color{yellow}2} &= \square^{(\color{red}1 \times \color{yellow}2)} = \square^{\color{orange}2} \\ (\square^{\color{red}1} \times \square^{\color{yellow}1})^{\color{blue}2} &= (\square^{\color{orange}2})^{\color{blue}2} \\ \left(\frac{\square^{\color{red}1}}{\square^{\color{yellow}1}}\right)^{\color{blue}2} &= \frac{\square^{\color{red}2}}{\square^{\color{yellow}2}} \end{aligned}$$

Τρώγοντας ελιές!

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σύνολο από ελιές (μαύρες και πράσινες).



Μια απλούστερη μορφή του σχήματος είναι η παρακάτω:

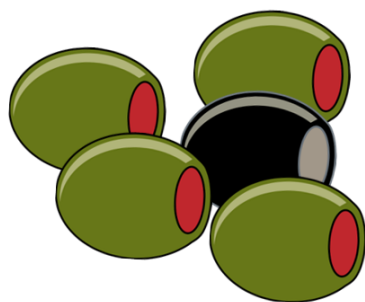


Ποιο είναι το ποσοστό των πράσινων ελιών;

Στη συνέχεια ο Μιχάλης τρώει μερικές πράσινες ελιές έτσι ώστε το ποσοστό των πράσινων ελιών που απομένει να είναι 76%. Πόσες ελιές έφαγε;

Αρχικά είχαμε 96 πράσινες και 24 μαύρες ελιές και

το ποσοστό των πράσινων ελιών που απομένουν όταν φάει κάποιες ο Μιχάλης φαίνεται στην παρακάτω λίστα



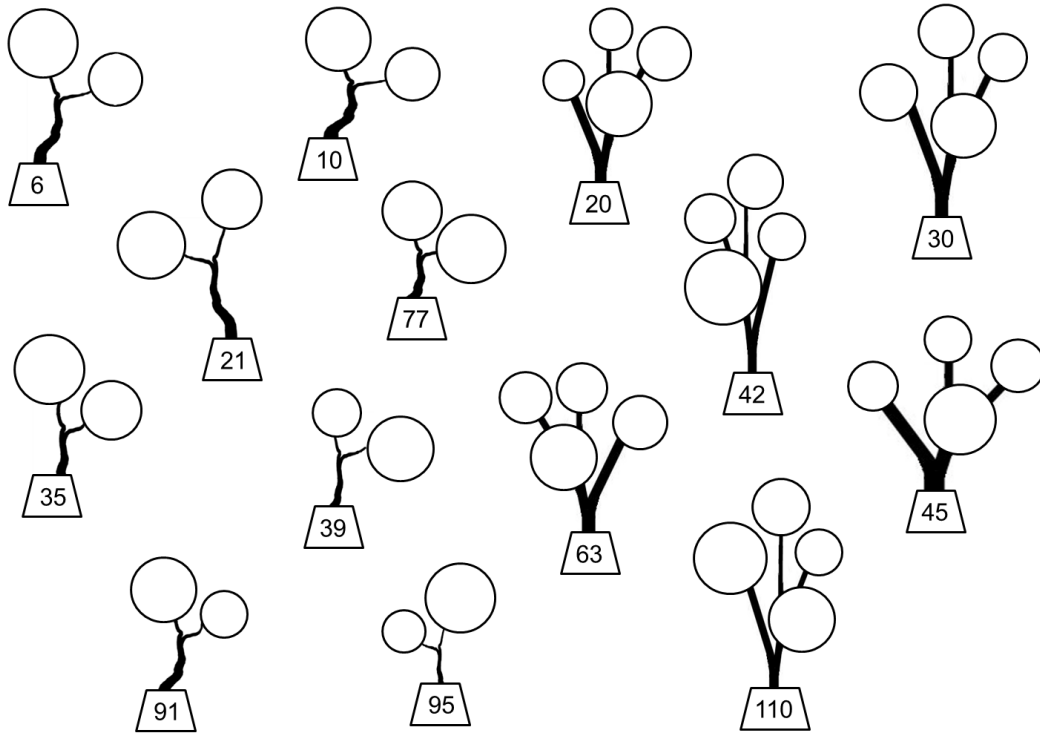
Πόσες πράσινες ελιές
έφαγε σε κάθε περίπτωση
ο Μιχάλης;

1. 76%
2. 75%
3. 70%
4. 68%
5. 60%
6. 52%
7. 50%
8. 40%
9. 25%
10. 20%
11. 4%
12. 0%

Ποσοστά πράσινων ελιών	
Υπάρχουν 75 ελιές εκ των οποίων το 40% είναι πράσινες	Υπάρχουν 80 ελιές εκ των οποίων το 75% είναι πράσινες
Έφαγα κάποιες πράσινες ελιές μέχρι το ποσοστό των πράσινων ελιών που απομένουν να είναι 25%.	Έφαγα κάποιες πράσινες ελιές μέχρι το ποσοστό των πράσινων ελιών που απομένουν να είναι 60%.
Πόσες πράσινες ελιές έφαγα;	Πόσες πράσινες ελιές έφαγα;

Να αναλύσετε τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο,
 συμπληρώνοντας τα κενά.

fa



Να αναλύσετε τους παρακάτω αριθμούς σε γινόμενο,
 συμπληρώνοντας τα κενά.

