

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ 2020-21
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΤΕΤΑΡΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ : 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **ΠΡΟΣΟΧΗ: Έχετε τη δυνατότητα επιλογής ερωτήσεων για απάντηση. Να μελετήσετε προσεκτικά τις οδηγίες των μερών που αποτελούν το εξεταστικό δοκίμιο.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο για σχήματα, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από 8 ασκήσεις. Να λύσετε μόνο τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1 Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + 3x - 4 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ (1,5 μονάδες)

β) $x_1 \cdot x_2$ (1,5 μονάδες)

γ) $\frac{4}{x_1} + \frac{4}{x_2}$ (2 μονάδες)

A2 Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) . Η ευθεία $x'x$ εφάπτεται του κύκλου στο σημείο B και η εγγεγραμμένη γωνία $BAG = 56^\circ$.

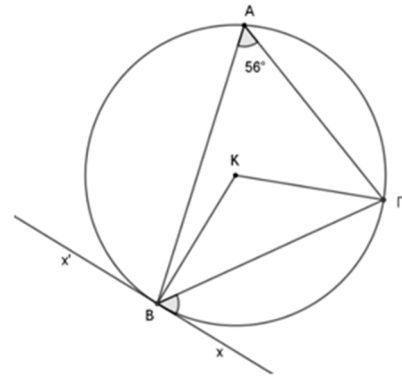
Να βρείτε το μέτρο:

α) της γωνίας xBG

(2 μονάδες)

β) των γωνιών του τριγώνου BKG

(3 μονάδες)



Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

A3 Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\varepsilon\varphi\theta + \sigma\varphi\theta = \frac{1}{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\upsilon\theta}$$

A4 Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 3\lambda + 4 = 0$, $\lambda \in R$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

A5 Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{(x^2+3x-4) \cdot (x-1)}{3x-6} > 0$$

- A6** Αν $\text{syn}\theta = -\frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{26 \eta\mu\theta - 12 \varepsilon\varphi\theta}{25 \sigma\varphi\theta}$$

- A7** Να χαρακτηρίσετε με **Σωστό ή Λάθος** τους πιο κάτω ισχυρισμούς αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

A.	Δύο πολύγωνα είναι όμοια όταν οι γωνίες τους είναι ίσες μία προς μία.
B.	Αν τα σημεία $A\left(\frac{\pi}{3}, \kappa\right)$ και $B\left(\frac{7\pi}{3}, \lambda\right)$ είναι σημεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu x$ τότε $\lambda = -\kappa$
Γ.	Η ευθεία (ε): $2x + y - 5 = 0$ σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία.
Δ.	Το σημείο με συντεταγμένες $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{7}, \frac{5}{7}\right)$ ανήκει στον τριγωνομετρικό κύκλο.
Ε.	Η εξίσωση $\text{syn}\theta \cdot x^2 - 2 \eta\mu\theta \cdot x - \text{syn}\theta = 0$, $\text{syn}\theta \neq 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

- A8** Οι πλευρές x_1, x_2 ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ρίζες της εξίσωσης

$$x^2 - 6x + \lambda(6 - \lambda) = 0, \text{ με } \lambda \in (0,6)$$

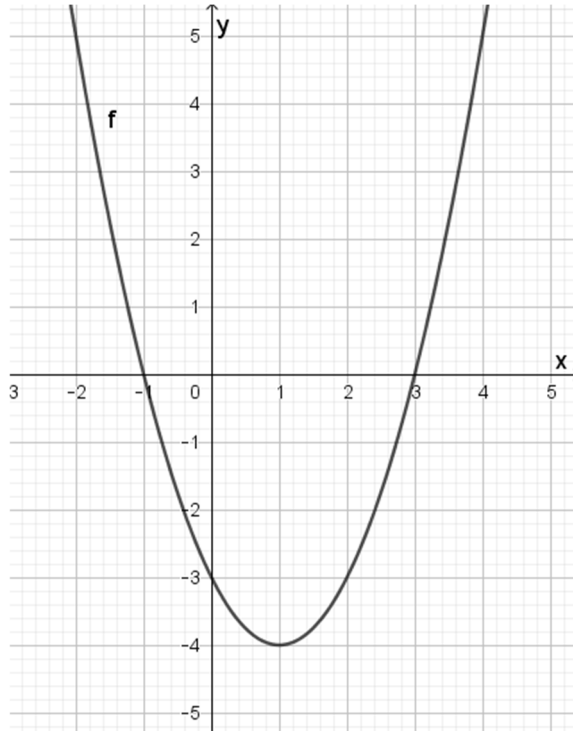
Να βρείτε:

- α) i) την περίμετρο Π του ορθογωνίου, (1,5 μονάδες)
 ii) το εμβαδόν E του ορθογωνίου συναρτήσει του λ , (1,5 μονάδες)
 β) για ποια τιμή του λ το εμβαδόν E του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο. (2 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 4 ασκήσεις. Να λύσετε μόνο τις 3 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1 Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.



A) Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f (1 μονάδα)
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής (1 μονάδα)
- γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής (1 μονάδα)
- δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$ (1,5 μονάδες)
- ε) τις λύσεις της:
 - i) εξίσωσης $f(x) = -3$ (1 μονάδα)
 - ii) ανίσωσης $f(x) \leq 0$. (1,5 μονάδες)

B) Δίνεται η συνάρτηση g με τύπο $g(x) = f(x) + 2$

Να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της g ,
- β) τις συντεταγμένες του σημείου τομής της γραφικής παράστασης της g με τον άξονα των τεταγμένων.

(3 μονάδες)

B2 Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, η πλευρά $B\Gamma$ έχει εξίσωση $x + 4y = 2$, το ύψος $B\Delta$ έχει εξίσωση $-2x + 3y = 7$ και το μέσο M της πλευράς $A\Gamma$ έχει συντεταγμένες $M(4,2)$.

α) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής B είναι $(-2,1)$.

(2 μονάδες)

β) Να βρείτε:

i) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$

(3 μονάδες)

ii) την απόσταση του σημείου M από την πλευρά $B\Gamma$

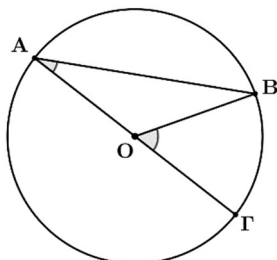
(2 μονάδες)

iii) τις συντεταγμένες της κορυφής Z , ώστε το $AB\Gamma Z$ να είναι παραλληλόγραμμο.

(3 μονάδες)

B3 α) Με βάση το πιο κάτω σχήμα, να αποδείξετε ότι η εγγεγραμμένη γωνία ΓAB , κύκλου (O, ρ) , ισούται με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας ΓOB .

(3 μονάδες)



β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου και τη διάμετρο του κύκλου AE .

Να αποδείξετε ότι:

i) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια

(5 μονάδες)

ii) $(AB) \cdot (A\Gamma) = (AE) \cdot (A\Delta)$

(2 μονάδες)

B4 Δίνονται οι παραστάσεις A και B με:

$$A = 1 - \frac{\sigma\nu^2\theta}{1+\eta\mu\theta} \quad \text{και}$$

$$B = 2\varepsilon\varphi(\pi + \theta)\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 2\eta\mu(-\theta) - \tau\varepsilon\mu(2\pi - \theta)\sigma\nu\nu(\pi + \theta)$$

α) Να δείξετε ότι:

i) $A = \eta\mu\theta$ (2 μονάδες)

ii) $B = 1$ (4 μονάδες)

β) i) Αν $x_1 = A^2$ και $x_2 = -B$ να δείξετε ότι η εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τις x_1, x_2 είναι:

$$x^2 + \sigma\nu\nu^2\theta \cdot x - \eta\mu^2\theta = 0$$

(3 μονάδες)

ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του θ , με $\theta \in [0, \pi]$ η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

(1 μονάδα)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ