

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ
ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ 2020-21
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 7 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα**
3. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
4. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
5. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής η οποία πρέπει να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

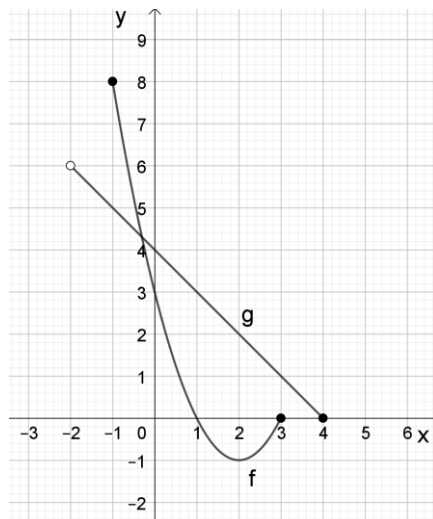
$$f(x) = 5x^4 - \sin 2x + \ln x, \quad x > 0$$

Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f .

A2. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu 2x}{1 - \sin 2x} = \sigma\phi x$$

A3. Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f: A \rightarrow f(A)$ και $g: B \rightarrow g(B)$.
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο $x = 2$.



Με τη βοήθεια των πιο πάνω γραφικών παραστάσεων να υπολογίσετε τις πιο κάτω τιμές:

α) $(f - g)(2)$

β) $\left(\frac{f}{g}\right)(1)$

γ) $e^{g(4)}$

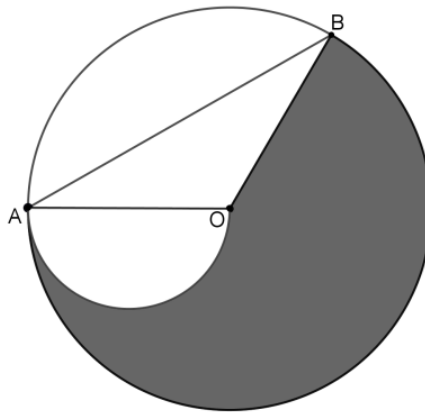
δ) $f'(2)$

ε) $g^{-1}(3)$

A4. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\log_3(3^x + 8) = 2 - x$$

A5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) με χορδή $AB = \lambda_3$ και ημικύκλιο με διάμετρο AO . Αν $AO = 12$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου σκιασμένου χωρίου.



A6. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

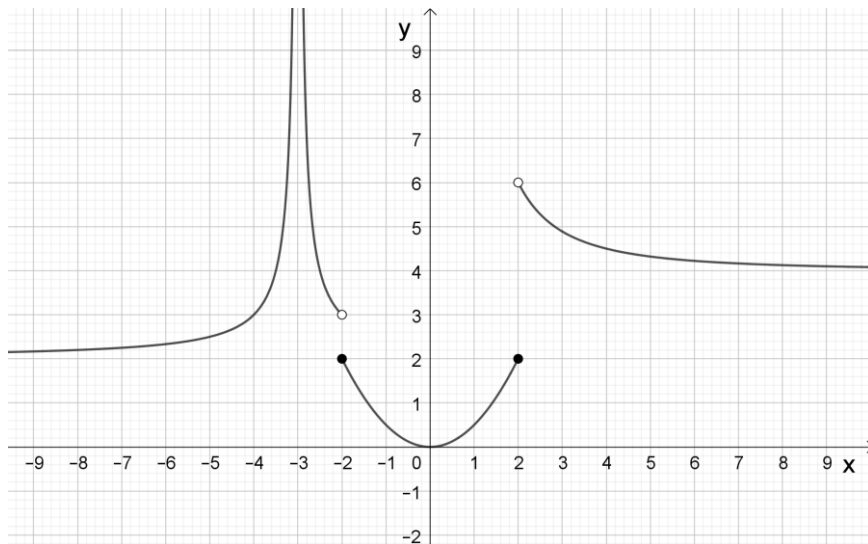
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + \lambda, & x \leq 1 \\ \kappa x + 2, & x > 1 \end{cases}$$

όπου $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} , να υπολογίσετε τις τιμές των πραγματικών αριθμών κ και λ .

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. α) Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας μιας συνάρτησης f στο x_0 του πεδίου ορισμού της. (2μον.)

β) Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g: \mathbb{R} - \{-3\} \rightarrow [0, +\infty)$



i) Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $x = 2$ (αιτιολογώντας την απάντησή σας). (2μον.)

ii) Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x)$ και $\lim_{x \rightarrow -3^+} g(x)$ (4μον.)

iii) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης g . (1μον.)

iv) Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση g είναι επί (αιτιολογώντας την απάντησή σας). (1μον.)

B2. Δίνεται η συνάρτηση που ορίζεται από την εξίσωση:

$$x^2 + y^3 + x^2y = 9$$

α) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2x(1+y)}{x^2 + 3y^2}$$

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης στο σημείο της με τεταγμένη $y = 1$ και τετμημένη θετική.

B3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $A, B \subseteq \mathbb{R}$ με τύπους:

$$f(x) = \ln(x - 2) \quad \text{και} \quad g(x) = \ln(x + 2)$$

- α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f αντιστρέφεται και να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης, f^{-1} της f . (4μον.)
- β) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f^{-1} και στη συνέχεια τη συνάρτηση f στο ίδιο σύστημα αξόνων σημειώνοντας τα σημεία τομής της κάθε γραφικής παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων. (2μον.)
- γ) Να ορίσετε την συνάρτηση $f + g$ (τύπος και πεδίο ορισμού) (2μον.)
- δ) Να λύσετε την εξίσωση $(f + g)(x) = 0$ (2μον.)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A$$

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

$$E = \frac{1}{2}\beta\gamma\eta\mu A$$