

Τάξη: Β΄

Ημερομηνία εξέτασης: ΔΕΥΤΕΡΑ 24 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022

Προτεινόμενες Λύσεις

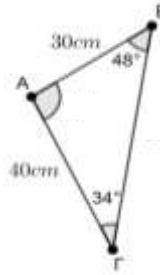
Σημείωση: Κατά την κρίση του διορθωτή, μπορούν να δοθούν 0,5 της μονάδας σε κάθε σημείο αξιολόγησης.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

<p>A1. Να συμπληρώσετε τα κενά:</p> <p>(α) $5,3 \text{ m} = \text{ ______ cm}$ (β) $1,2 \text{ km} = \text{ ______ m}$</p> <p>(γ) $330 \text{ mm} = \text{ ______ cm}$ (δ) $0,4 \text{ kg} = \text{ ______ g}$</p> <p>(ε) $120 \text{ mg} = \text{ ______ g}$</p> <p>Λύση:</p> <p>(α) $5,3 \text{ m} = \mathbf{530 \text{ cm}}$ (β) $1,2 \text{ km} = \mathbf{1200 \text{ m}}$</p> <p>(γ) $330 \text{ mm} = \mathbf{33 \text{ cm}}$ (δ) $0,4 \text{ kg} = \mathbf{400 \text{ g}}$</p> <p>(ε) $120 \text{ mg} = \mathbf{0,12 \text{ g}}$</p>	<p>(α) 1μ (β) 1μ</p> <p>(γ) 1μ (δ) 1μ</p> <p>(ε) 1μ</p>
<p>A2. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 3x + 2 = 0$</p> <p>Λύση:</p> <p>α΄ τρόπος: $x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1) \cdot (x + 2) = 0$</p> <p>$\Rightarrow x = -1$ ή $x = -2$</p> <p>β΄ τρόπος: $x^2 + 3x + 2 = 0$, $\alpha = 1$, $\beta = 3$, $\gamma = 2$</p> <p>$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$</p>	<p>α΄ τρόπος:</p> <p>Παραγοντοποίηση: 3μ</p> <p>Υπολογισμός ριζών: 2μ</p> <p>β΄ τρόπος:</p> <p>Σωστή επιλογή τύπου</p> <p>$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$: 1μ</p> <p>Υπολογισμός $\Delta = 1$: 1μ</p> <p>Σωστή επιλογή τύπου</p>

	$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2}$ $= \begin{cases} \frac{-3 + 1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ \frac{-3 - 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$	$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} : \mathbf{1\mu}$ Αντικατάσταση και εκτέλεση πράξεων: 1μ Υπολογισμός $x = -1$: 0,5μ Υπολογισμός $x = -2$: 0,5μ
A3.	Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x - 5\psi = -2 \\ 2x + \psi = 7 \end{cases}$ <p>Λύση:</p> <p>α' τρόπος</p> $\begin{array}{l} x - 5\psi = -2 \\ 2x + \psi = 7 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 5 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} x - 5\psi = -2 \\ \underline{10x + 5\psi = 35} \end{array} +$ $\Rightarrow 11x = 33 \Rightarrow x = \frac{33}{11} \Rightarrow x = \mathbf{3}$ $2x + \psi = 7 \Rightarrow 2 \cdot 3 + \psi = 7 \Rightarrow 6 + \psi = 7 \Rightarrow$ $\psi = 7 - 6 \Rightarrow \psi = \mathbf{1}$ <p>β' τρόπος</p> $x - 5\psi = -2 \Rightarrow x = 5\psi - 2$ $2x + \psi = 7 \Rightarrow 2(5\psi - 2) + \psi = 7 \Rightarrow 10\psi - 4 + \psi = 7$ $\Rightarrow 11\psi = 11 \Rightarrow \psi = \mathbf{1}$ $x = 5 \cdot 1 - 2 \Rightarrow x = \mathbf{3}$	<p>α' τρόπος:</p> Αντίθετοι συντελεστές: 1μ Υπολογισμός $x = 3$: 2μ Υπολογισμός $\psi = 1$: 2μ <p>β' τρόπος:</p> $x = 5\psi - 2 : \mathbf{1\mu}$ Αντικατάσταση του x : 1μ Υπολογισμός $\psi = 1$: 1μ Υπολογισμός $x = 3$: 2μ
A4.	Η επιφάνεια μιας οθόνης προβολής διαφημίσεων έχει εμβαδόν 36000 cm^2 Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας της οθόνης σε τετραγωνικά μέτρα m^2 <p>Λύση:</p> $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ $1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$ $36000 \text{ cm}^2 = \mathbf{3,6 \text{ m}^2}$	Μετατροπές 1 m σε 1 cm : 1μ 1 m^2 σε 1 cm^2 : 1μ Τελική απάντηση: 3μ (παίρνει όλες τις μονάδες μόνο εάν η σκέψη του φαίνεται ξεκάθαρα)

A5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος.



Λύση:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 48^\circ + 34^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 48^\circ - 34^\circ \Rightarrow \hat{A} = 98^\circ$$

$$E = \frac{\beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu A}{2} =$$

$$= \frac{40 \cdot 30 \cdot \eta\mu 98^\circ}{2} = \mathbf{594,16 \text{ cm}^2}$$

Άθροισμα γωνιών τριγώνου:

1μ

Υπολογισμός \hat{A} : **1μ**

Σωστή επιλογή τύπου εμβαδού: **1μ**

Αντικατάσταση και εκτέλεση πράξεων: **1,5μ**

Τελική απάντηση: **0,5μ**

A6. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 3(x+1) - 2\psi = 11 \\ \frac{x}{4} + \frac{\psi}{2} = 2 \end{cases}$$

Λύση:

$$\left. \begin{cases} 3(x+1) - 2\psi = 11 \\ \frac{x}{4} + \frac{\psi}{2} = 2 \end{cases} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3 - 2\psi = 11 \\ x + 2\psi = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 3x - 2\psi = 8 \\ x + 2\psi = 8 \end{array} +$$

$$\Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{4} \Rightarrow \mathbf{x = 4}$$

$$x + 2\psi = 8 \Rightarrow 4 + 2\psi = 8 \Rightarrow 2\psi = 8 - 4 \Rightarrow$$

$$2\psi = 4 \Rightarrow \psi = \frac{4}{2} \Rightarrow \mathbf{\psi = 2}$$

Εύρεση της εξίσωσης

$$3x - 2\psi = 8: \mathbf{1\mu}$$

Εύρεση της εξίσωσης

$$x + 2\psi = 8: \mathbf{1\mu}$$

Άθροισμα εξισώσεων / επίλυση συστήματος: **1μ**

Υπολογισμός $x = 4$: **1μ**

Υπολογισμός $\psi = 2$: **1μ**

ΜΕΡΟΣ Β΄:

B1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 1 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $5x_1 + 5x_2 - 4x_1 \cdot x_2$

(δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

(ε) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2$

	<p>Λύση:</p> $2x^2 - 8x + 1 = 0, \quad \alpha = 2, \quad \beta = -8, \quad \gamma = 1$ <p>(α) $x_1 + x_2 = S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{(-8)}{2} = 4$</p> <p>(β) $x_1 \cdot x_2 = P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{1}{2}$</p> <p>(γ) $5x_1 + 5x_2 - 4x_1 \cdot x_2 = 5(x_1 + x_2) - 4x_1 \cdot x_2 =$ $5S - 4P = 5 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 20 - 2 = 18$</p> <p>(δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{S}{P} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8$</p> <p>(ε) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2 = 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_1 + x_2) = 2 \cdot P \cdot S =$ $= 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 4$</p>	<p>Εύρεση α, β, γ: 1μ</p> <p>(α) $x_1 + x_2$: 1μ</p> <p>(β) $x_1 \cdot x_2$: 1μ</p> <p>(γ) $5x_1 + 5x_2 - 4x_1 \cdot x_2$: 2μ <i>(4x 0,5)</i></p> <p>(δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$: 2,5μ <i>(1+0,5+0,5+0,5)</i></p> <p>(ε) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2$: 2,5μ <i>(1+0,5+0,5+0,5)</i></p>
<p>B2.</p>	<p>Μια ακαδημία ποδοσφαίρου θα λάβει μέρος σε ένα τουρνουά εκτός πόλης. Για τη μεταφορά των παιδιών θα χρησιμοποιηθούν μικρά λεωφορεία των δώδεκα (12) ατόμων και τουριστικά λεωφορεία των πενήντα (50) ατόμων. Τα τουριστικά λεωφορεία που θα χρησιμοποιηθούν είναι δύο (2) περισσότερα από τα μικρά λεωφορεία. Αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών είναι 286, να βρείτε πόσα μικρά λεωφορεία και πόσα τουριστικά λεωφορεία θα χρησιμοποιηθούν για την μεταφορά των παιδιών. (Να λυθεί με σύστημα)</p> <p>Λύση:</p> <p>Μικρά λεωφορεία: x</p> <p>Τουριστικά λεωφορεία: ψ</p> $\left. \begin{array}{l} (1) \psi = x + 2 \\ (2) 12x + 50\psi = 286 \end{array} \right\} \Rightarrow 12x + 50 \cdot (x + 2) = 286$ $\Rightarrow 12x + 50x + 100 = 286$ $\Rightarrow 62x = 286 - 100 \Rightarrow 62x = 186 \Rightarrow x = \frac{186}{62} \Rightarrow x = 3$ $\psi = x + 2 \Rightarrow \psi = 3 + 2 \Rightarrow \psi = 5$ <p>Απάντηση: Τα μικρά λεωφορεία είναι 3 και τα τουριστικά λεωφορεία είναι 5.</p>	<p>Ορισμός μεταβλητών: 1μ</p> <p>Εξίσωση (1): 2μ</p> <p>Εξίσωση (2): 2μ</p> <p>Επίλυση συστήματος: 3μ</p> <p>Σωστή απάντηση: 2μ</p>

B3. (α) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x + 1 = 0$

Να βρείτε το είδος των ριζών της (χωρίς να τη λύσετε)

(3 μονάδες)

(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2-3x+1}{x^2-1}$ **(7 μονάδες)**

Λύση:

(α) $2x^2 - 3x + 1 = 0$, $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma =$$

$$(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1 > 0$$

Η εξίσωση έχει 2 ρίζες πραγματικές και άνισες

(β) $2x^2 - 3x + 1 = 0$, $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\gamma = 1$

Από το (α) $\Delta = 1$

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} = \frac{3 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 2 \cdot (x - 1) \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \\ = (x - 1) \cdot \left(2 \cdot x - 2 \cdot \frac{1}{2}\right) = (x - 1) \cdot (2x - 1)$$

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x - 1) \cdot (2x - 1)}{(x - 1) \cdot (x + 1)} = \frac{2x - 1}{x + 1}$$

Περιορισμοί:

$$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \quad \text{και} \quad x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

(α)

Εύρεση α, β, γ : **0,5μ**

Σωστή επιλογή τύπου

$$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma: \mathbf{1\mu}$$

Υπολογισμός του Δ : **0,5μ**

Είδος των ριζών: **1μ**

(β)

Υπολογισμός των ριζών της εξίσωσης: **1μ**

Παραγοντοποίηση τριωνύμου: **3μ**

Διαφορά τετραγώνων: **1μ**

Απλοποίηση κλάσματος: **1μ**

Περιορισμοί: **1μ**