

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ  
ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021 – 2022  
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2022  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)  
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

---

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα**
3. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
4. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
5. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής η οποία πρέπει να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
8. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

**ΜΕΡΟΣ Α:** Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

**A1.** Να λύσετε την εξίσωση  $|x + 2| = 7$

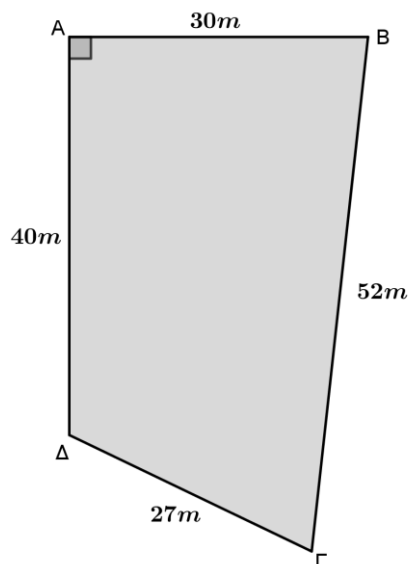
**A2.** Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu 2\alpha + \eta\mu 4\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu 4\alpha + \eta\mu 2\alpha} = \sigma\varphi 2\alpha$$

**A3.** (α) Να διατυπώσετε τον ορισμό της άρτιας συνάρτησης. (1 μον.)  
(β) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$  είναι άρτια. (4 μον.)

**A4.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  με τύπους  $f(x) = \frac{1}{x}$  και  $g(x) = x - \frac{1}{x}$   
Να ορίσετε τις συναρτήσεις  $f + g$  και  $f \circ g$ , δίνοντας τους τύπους τους στην πιο απλή μορφή.

**A5.** Πιο κάτω δίνεται ένα τεμάχιο γης σε σχήμα τετράπλευρου  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB = 30m$ ,  $B\Gamma = 52m$ ,  $\Gamma\Delta = 27m$ ,  $A\Delta = 40m$  και  $\hat{A} = 90^\circ$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τεμαχίου γης.



**A6.** Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{|3-x| - x^2 + 9}{2x^2 - 6x}$

Να υπολογίσετε τα όρια:

(α)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$  (3 μον.)

(β)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  (2 μον.)

**ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β.**  
**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

**B1.** (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα  $2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta)$  (2 μον.)

(β) Να λύσετε την εξίσωση  $\eta\mu 10x\sigma\upsilon\nu 6x = \eta\mu 18x\sigma\upsilon\nu 2x$  στο διάστημα  $(0, \frac{\pi}{4})$   
(8 μον.)

**B2.** Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \begin{cases} x + \beta, & -1 \leq x < 2 \\ -2x + \gamma, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$

(α) Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  να περνά από το σημείο  $(1,3)$  και η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x = 2$ . (6 μον.)

(β) Αν  $\beta = 2$  και  $\gamma = 8$ , να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$ . (4 μον.)

**B3.** Δίνεται η συνάρτηση  $f: A \rightarrow f(A)$ , με τύπο  $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $f$  (2 μον.)

(β) Να δείξετε ότι είναι αντιστρέψιμη και να ορίσετε την αντίστροφη συνάρτηση,  $f^{-1}$  (3 μον.)

(γ) Να ορίσετε τη συνάρτηση  $\frac{f^{-1}}{f}$  (2 μον.)

(δ) Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \left( \frac{f^{-1}}{f} \right) (x) \right]$  (3 μον.)

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**  
**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

# ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

### Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha}{1 + \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A$$

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

$$E = \frac{1}{2} \beta\gamma\eta\mu A$$