

ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Τριγωνομετρία

Δείκτες επιτυχίας:

- Ορίζουν τον τριγωνομετρικό κύκλο, τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις, κατασκευάζουν τη γραφική τους παράσταση (εξετάζουν αν είναι άρτιες ή περιττές ή/και περιοδικές) και αποδεικνύουν τριγωνομετρικές ταυτότητες. Α.6.10
- Ορίζουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις σε σχέση με τον τριγωνομετρικό κύκλο και επιλύουν τριγωνομετρικές εξισώσεις. Α6.16.
- Αποδεικνύουν τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες. Α6.17.
- Εφαρμόζουν τις έννοιες και τις μεθόδους της τριγωνομετρίας στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων. Α6.18.

Θα μάθουμε:

- Τη γωνία σε κανονική θέση και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας σε κανονική θέση.
- Το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης γωνιών.
- Τον τριγωνομετρικό κύκλο και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οποιασδήποτε γωνίας στον τριγωνομετρικό κύκλο.
- Τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις και να εξετάζουμε, αν μια συνάρτηση είναι περιοδική.
- Τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες.
- Τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Γωνία σε Κανονική Θέση-Το Ακτίνιο ως Μονάδα Μέτρησης Γωνιών- Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας σε Κανονική Θέση**
- **Τριγωνομετρικός Κύκλος**
- **Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις-Σχέσεις Μεταξύ των Τριγωνομετρικών Αριθμών που έχουν Άθροισμα ή Διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$**
- **Τριγωνομετρικές Ταυτότητες**



Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές:

- Ασχολούνται με την προσανατολισμένη γωνία και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των προσανατολισμένων γωνιών.
- Συνδέουν τις γνώσεις τους από προηγούμενη τάξη για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οποιασδήποτε γωνίας.
- Γνωρίζουν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις και συνδέουν τη συνάρτηση με το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών, με τη λύση απλών τριγωνομετρικών εξισώσεων και με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών γωνιών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.
- Τέλος, εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στην απόδειξη τριγωνομετρικών ταυτοτήτων.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Γωνία σε Κανονική Θέση-Το Ακτίνιο ως Μονάδα Μέτρησης Γωνιών-Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας σε Κανονική Θέση**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι οι μαθητές να οδηγηθούν στη θετική και την αρνητική φορά μέτρησης γωνιών, παρατηρώντας την κίνηση των δύο μοτοσικλετιστών στην περιφέρεια ενός κύκλου.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι το μήκος του τόξου είναι αριθμητικά ίσο με το μήκος της ακτίνας του κύκλου, όταν η επίκεντρη γωνία είναι σταθερή.

- Στις δραστηριότητες 1, 2 και 5 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει για τις γωνίες σε κανονική θέση.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές ασχολούνται με τη μετατροπή γωνιών από μοίρες σε ακτίνια και αντίστροφα.



Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μίας γωνίας.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές χρησιμοποιούν τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας στα πλαίσια της αναλυτικής γεωμετρίας.

➤ **Τριγωνομετρικός Κύκλος**

● Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να παρατηρήσουν τον τρόπο με τον οποίο ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί στον τριγωνομετρικό κύκλο. Στη συνέχεια, οι μαθητές συνδέουν την πιο πάνω παρατήρηση με τον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως δίνεται στο «Μαθαίνω».

● Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν τον τριγωνομετρικό κύκλο, για να υπολογίσουν το πρόσημο τριγωνομετρικών αριθμών και τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές αποδεικνύουν μian ανισοτική σχέση, χρησιμοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο.

➤ **Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις-Σχέσεις Μεταξύ των Τριγωνομετρικών Αριθμών που έχουν Άθροισμα ή Διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$**

● Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να συνδέσουν τον τριγωνομετρικό κύκλο με τη γραφική παράσταση των βασικών τριγωνομετρικών συναρτήσεων και να αντιληφθούν την περιοδικότητά τους. Στη συνέχεια, οι μαθητές παρατηρούν τη σχέση των τριγωνομετρικών αριθμών των γωνιών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$.

● Στις δραστηριότητες 1 και 7 οι μαθητές εφαρμόζουν τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ στην επίλυση απλών τριγωνομετρικών εξισώσεων.

Στις δραστηριότητες 2, 4, 5, 6 και 8 οι μαθητές εφαρμόζουν τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να υπολογίσουν τριγωνομετρικούς αριθμούς και να απλοποιήσουν παραστάσεις.

Στις δραστηριότητες 3 και 9 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις και την περιοδικότητά τους, για να καταλήξουν σε συμπεράσματα.



Τέλος, στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές εφαρμόζουν τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να αποδείξουν σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών γωνιών τριγώνου.

➤ **Τριγωνομετρικές Ταυτότητες**

- Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές επιβεβαιώνουν την ταυτότητα : $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$, όταν η γωνία ω είναι οξεία και επιχειρούν να την επεκτείνουν και για άλλες τιμές της γωνίας ω .
- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 και 6 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να υπολογίσουν τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Στις δραστηριότητες 5, 8, 9, 10, 12, 14, 15 και 16 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να αποδείξουν ταυτότητες.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να απλοποιήσουν παραστάσεις με τριγωνομετρικούς αριθμούς.

Τέλος, στη δραστηριότητα 17 εφαρμόζουν τις γνώσεις τους στις τριγωνομετρικές ταυτότητες, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 5, 6, 14, 16 και 17 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να απλοποιήσουν παραστάσεις με τριγωνομετρικούς αριθμούς και να υπολογίσουν τριγωνομετρικούς αριθμούς ή γωνίες.

Στις δραστηριότητες 2, 9, 13 και 15 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών



που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να απλοποιήσουν παραστάσεις με τριγωνομετρικούς αριθμούς και να αποδείξουν ταυτότητες.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 7 και 8 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στην ενότητα σε προβλήματα και σε άλλα πεδία των μαθηματικών.

Τέλος, στις δραστηριότητες 10, 11 και 12 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες και τον τριγωνομετρικό κύκλο, για να αποδείξουν ανισοτικές σχέσεις και σχέσεις διάταξης αριθμών.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1 και 11 οι μαθητές συνδυάζουν γνώσεις από τη γεωμετρία και την τριγωνομετρία.

Στις δραστηριότητες 2, 5 και 8 οι μαθητές υπολογίζουν τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή παραστάσεων, συνδυάζοντας τον τριγωνομετρικό κύκλο με τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις.

Στις δραστηριότητες 3, 6 και 7 οι μαθητές αποδεικνύουν τριγωνομετρικές ταυτότητες.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, σε συνδυασμό με τις σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών αριθμών που έχουν άθροισμα ή διαφορά $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$, για να αποδείξουν ανισοτική σχέση.

Τέλος, στις δραστηριότητες 9 και 10 οι μαθητές εφαρμόζουν γνώσεις τριγωνομετρίας, για να επιλύσουν προβλήματα.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.

