

Απαντήσεις Τεύχους Α΄

Ενότητα 1: Εφαρμογές του Διαφορικού Λογισμού

Μονοτονία – Ακρότατα συνάρτησης (Ορισμοί)

Δραστηριότητες σελίδας 14

- (α) Γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -1]$, γνησίως αύξουσα στο $[-1, +\infty)$

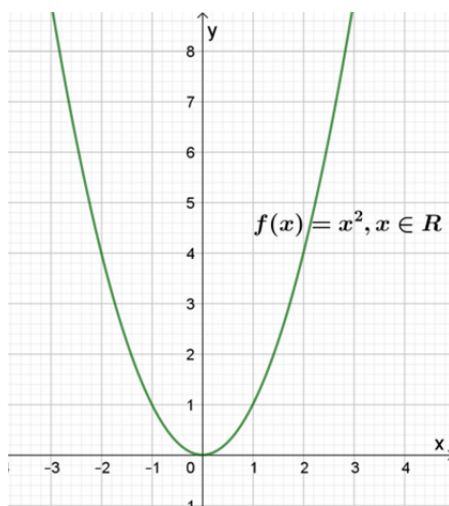
(β) Γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

(γ) Γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$, γνησίως φθίνουσα στο $[1, 3]$

(δ) Γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}
- (α) Γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}

(β) Γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}

(γ) Σταθερή στο \mathbb{R}
- Αφού $-2 < 0 < \frac{1}{2} < 3 < \pi$, τότε $f(-2) < f(0) < f\left(\frac{1}{2}\right) < f(3) < f(\pi)$.
-



Γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$, γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

Μονοτονία – Ακρότατα συνάρτησης (Ορισμοί)

Δραστηριότητες σελίδας 20

- (α) $y_{\min} = f(2) = 1, f(x) \geq f(2), \forall x \in \mathbb{R}$

(β) $y_{\max} = f(1) = 4, f(x) \leq f(1), \forall x \in \mathbb{R}$

(γ) $y_{\min} = f(5) = -2, y_{\max} = f(-1) = 4, -2 \leq f(x) \leq 4, \forall x \in [-1, 5]$

(δ) $y_{\min} = f(0) = -3, y_{\max} = f(3) = 6, -3 \leq f(x) \leq 6, \forall x \in [-1, 3]$
- (α) $f(3) = -1$

(β) $f(1) = 11$
- (α) $y_{\min} = f(-2) = -7, y_{\max} = f(3) = 8$

(β) $y_{\min} = g(5) = -5, y_{\max} = g(-1) = 7$

Μονοτονία – Ακρότατα συνάρτησης (Ορισμοί)

Δραστηριότητες σελίδας 26

- (α) Στο $x = -1$ η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο, το $f(-1) = 0$.
(β) Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.
(γ) Στο $x = 1$ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο, το $f(1) = 4$ και στο $x = 3$ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο, το $f(3) = 0$.
(δ) Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονοτονία – Ακρότατα συνάρτησης (Θεωρήματα)

Δραστηριότητες σελίδας 36

- (α) Γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$, γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.
Ολικό ελάχιστο στο $x = 2$, το $f(2) = -4$.
(β) Γνησίως φθίνουσα στο $[0, +\infty)$, γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$.
Ολικό μέγιστο στο $x = 0$, το $f(0) = 9$.
(γ) Γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 3]$, γνησίως αύξουσα στο $[3, +\infty)$.
Ολικό ελάχιστο στο $x = 3$, το $f(3) = 0$.
(δ) Γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -2]$ και $[2, +\infty)$, γνησίως αύξουσα στο $[-2, 2]$.
Τοπικό ελάχιστο στο $x = -2$, το $f(-2) = -15$ και τοπικό μέγιστο στο $x = 2$, το $f(2) = 17$.
- (α) $\kappa = 5$, $\lambda = -10$
(β) Τοπικό (ολικό) ελάχιστο
- (α) $x_1 = x_A = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = x_B = \frac{2\sqrt{3}}{3}$
(β) $-\frac{2\sqrt{3}}{3} < x < \frac{2\sqrt{3}}{3}$
(γ) $-2 \leq x < -\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3} < x \leq 2$

Κυρτότητα – Σημεία καμπής συνάρτησης

Δραστηριότητες σελίδας 44

- (α) Κοίλη στο $(-\infty, 0]$, κυρτή στο $[0, +\infty)$.
Σημείο καμπής $(0, 1)$.
(β) Κοίλη στο $(-\infty, \frac{1}{3}]$, κυρτή στο $[\frac{1}{3}, +\infty)$.
Σημείο καμπής $(\frac{1}{3}, \frac{16}{27})$.
(γ) Κυρτή στο $(-\infty, 1]$, κοίλη στο $[0, +\infty)$.
Σημείο καμπής $(1, -3)$.
(δ) Κυρτή στο $(-\infty, -2]$ και στο $[2, +\infty)$, κοίλη στο $[-2, 2]$.
Σημεία καμπής $(-2, -76)$ και $(2, -76)$.
- Κοίλη στα διαστήματα $(-\infty, 0]$ και $[1, 3]$, κυρτή στα διαστήματα $[0, 1]$ και $[3, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει σημεία καμπής στα $x = 0, x = 1$ και $x = 3$.

3. (α) ΛΑΘΟΣ (β) ΟΡΘΟ (γ) ΛΑΘΟΣ
4. $a = -2, \beta = 7$
5. Ισχύει $f''(x) = 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Η συνάρτηση f είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

Μελέτη συνάρτησης – Γραφική παράσταση πολυωνυμική συνάρτησης Δραστηριότητες σελίδας 47

1. (α) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(1,0), (3,0)$ και $(0,3)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$ και γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.

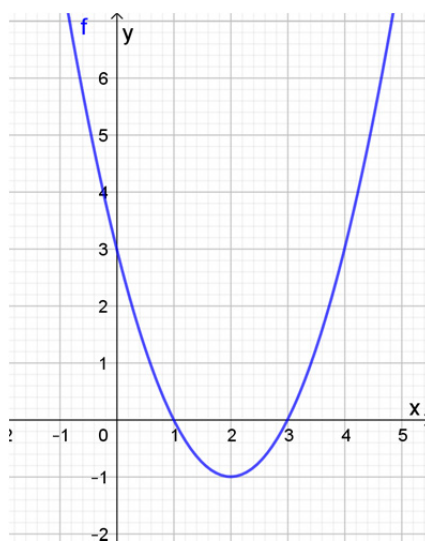
Ακρότατα: Η f έχει ολικό ελάχιστο στο $x = 2$, το $f(2) = -1$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κυρτή σε όλο το \mathbb{R} .

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



- (β) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(-3, 0), (2, 0)$ και $(0, 6)$.

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[-\frac{1}{2}, +\infty)$.

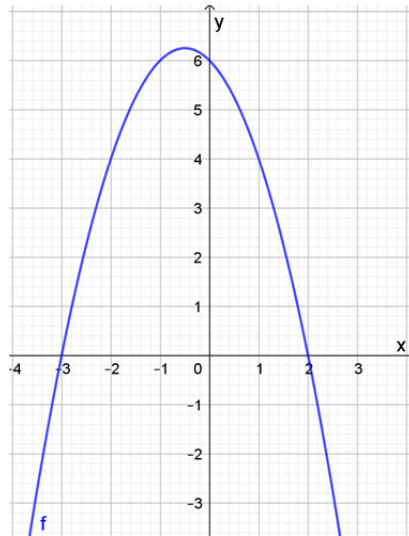
Ακρότατα: Η f έχει ολικό μέγιστο στο $x = -\frac{1}{2}$, το $f(-\frac{1}{2}) = \frac{25}{4}$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη σε όλο το \mathbb{R} .

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(γ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

Ακρότατα: Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

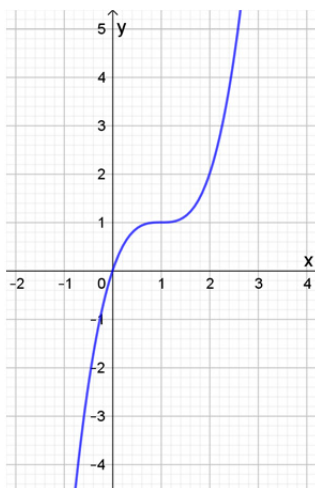
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στο $(-\infty, 1]$ και κυρτή στο $([1, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = 1$, το σημείο $(1, 1)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(δ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$, $(3, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 1]$ και στο

$[3, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$.

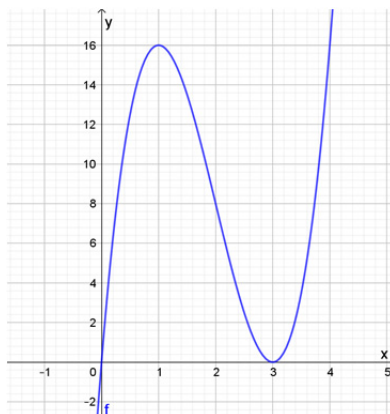
Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = 1$, το $f(1) = 16$ και τοπικό ελάχιστο στο $x = 3$, το $f(3) = 0$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη σε όλο το \mathbb{R} .

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(ε) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$, $(-3, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -3]$ και στο $[-1, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[-3, 1]$.

Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = -1$, το $f(-1) = 4$ και τοπικό ελάχιστο στο $x = -3$, το $f(-3) = 0$.

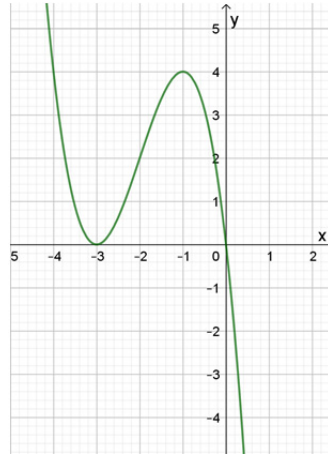
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κυρτή στο $(-\infty, -2]$ και κοίλη στο $[-2, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = -2$, το σημείο $(-2, 2)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(στ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(1, 0)$ και $(0, -7)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το \mathbb{R} .

Ακρότατα: Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

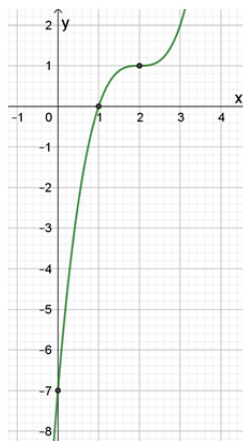
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στο $(-\infty, 2]$ και κυρτή στο $[2, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = 2$, το σημείο $(2, 1)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(ζ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως φθίνουσα σε όλο το \mathbb{R} .

Ακρότατα: Η f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

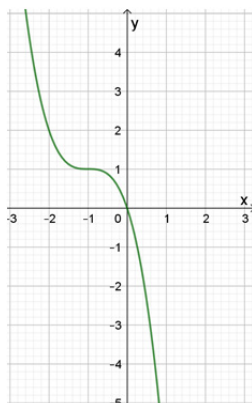
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κυρτή στο $(-\infty, -1]$ και κοίλη στο $[-1, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = -1$, το σημείο $(-1, 1)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(η) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$, $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και $[0, 1]$, ενώ η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $[-1, 0]$ και $[1, +\infty)$.

Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στα $x_1 = -1$ και $x_2 = 1$, τα $f(-1) = -1$ και $f(1) = -1$, ενώ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_3 = 0$, το $f(0) = 0$.

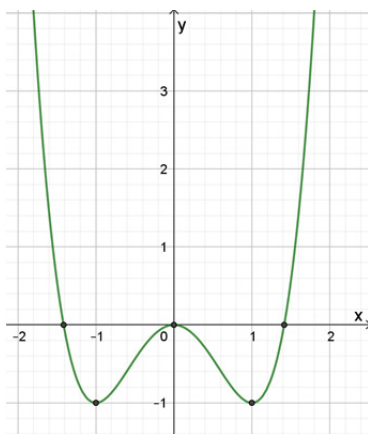
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κυρτή στα διαστήματα $(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}]$ και $[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$, ενώ η f είναι κοίλη στο διάστημα $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, +\frac{\sqrt{2}}{2}]$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημεία καμπής στα $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, τα σημεία $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{3}{4})$ και $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{3}{4})$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



2. $f'(x_A) < 0$, $f''(x_A) > 0$

$$f'(x_B) = 0, f''(x_B) > 0$$

$$f'(x_\Gamma) > 0, f''(x_\Gamma) > 0$$

$$f'(x_\Delta) > 0, f''(x_\Delta) = 0$$

$$f'(x_E) = 0, f''(x_E) < 0$$

$$f'(x_Z) < 0, f''(x_Z) < 0$$

4. (α) Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = 3$.
Η f στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω σε όλο \mathbb{R} .
- (β) Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x = 1$ και τοπικό μέγιστο στο $x = 3$.
Η f στρέφει τα κοίλα προς τα πάνω στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω στο διάστημα $[2, +\infty)$.
Η f παρουσιάζει σημείο καμπής για $x = 2$.

Προβλήματα

Δραστηριότητες σελίδας 57

1. $E_{\max} = 625$ τετραγωνικές μονάδες
2. $\Gamma_{\max} = 225$
3. $E_{\max} = 800$ τετραγωνικές μονάδες
4. (α) $50, \frac{100}{3}$
(β) $50, 20$
(γ) $100, \frac{100}{3}$ και $100, 20$
5. 20 έτη

Δραστηριότητες Ενότητας σελίδας 58

1. (α) $f(1) > f(5)$ (β) $-f(2) < -f(4)$
(γ) $f(f(0)) < f(f(6))$
2. (α) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, 2]$ και γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.
Η f παρουσιάζει τοπικό (ολικό) ελάχιστο στο $x_1 = 2$, το $f(2) = -5$.
(β) Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[4, 5]$ και γνησίως φθίνουσα στο $[5, 8)$.
Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = 4$, το $f(4) = 24$ και τοπικό (ολικό) μέγιστο στο $x_2 = 5$, το $f(5) = 25$.
(γ) Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, -2]$ και $[0, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-2, 0]$.
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 = -2$, το $f(-2) = 5$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 0$, το $f(0) = -3$.
(δ) Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και $[0, 1]$, ενώ η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $[-1, 0]$ και $[1, +\infty)$.
Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1 = -1$, το $f(-1) = -1$ και στο $x_2 = 1$, το $f(1) = -1$, ενώ η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_3 = 0$, το $f(0) = 0$.
3. (α) $y_{\max} = f(-2) = 8$ και $y_{\min} = f(4) = -4$
(β) $y_{\min} = f(-1) = 1$
(γ) $y_{\max} = f(3) = 17$
(δ) $y_{\max} = f(-3) = f(3) = 10$ και $y_{\min} = f(0) = 1$
4. (α) Η f είναι κοίλη στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και κυρτή στο διάστημα $[1, +\infty)$.
Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x_1 = 1$, το $(1, -3)$.
(β) Η f είναι κυρτή στα διαστήματα $(-\infty, -2]$ και $[2, +\infty)$, ενώ η f είναι κοίλη στο διάστημα $[-2, 2]$.
Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημεία καμπής στα $x_1 = -2$ και $x_2 = 2$, τα $(-2, -79)$ και $(2, -75)$.
(γ) Η f είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

5. $a = -4, \beta = -8$

6. $a = 2, \beta = 33$

7. (α) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(-2, 0), (4, 0), (0, 8)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$.

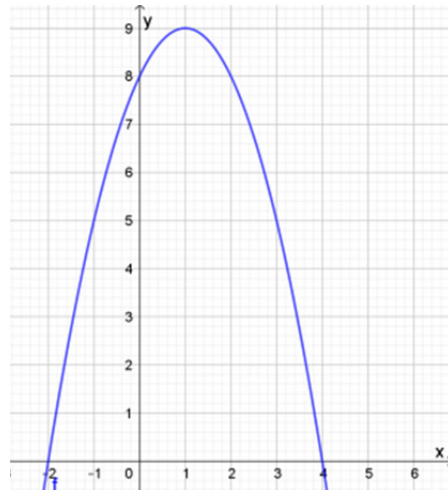
Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό (ολικό) μέγιστο στο $x = 1$, το $f(1) = 9$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη σε όλο το \mathbb{R} .

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(β) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(-\sqrt{3}, 0), (0, 0), (\sqrt{3}, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και $[1, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1, 1]$.

Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = -1$, το $f(-1) = 2$ και τοπικό ελάχιστο στο $x = 1$, το $f(1) = -2$.

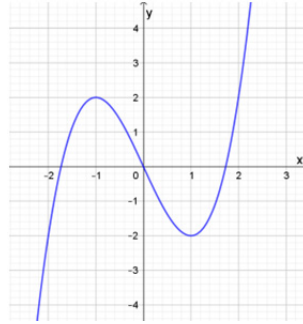
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στο διάστημα $(-\infty, 0]$ και κυρτή στο διάστημα $[0, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = 0$, το σημείο $(0, 0)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(γ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(-2, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -4)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα

$(-\infty, -\sqrt{\frac{5}{2}}]$ και $[0, \sqrt{\frac{5}{2}}]$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στα

διαστήματα $[-\sqrt{\frac{5}{2}}, 0]$ και $[\sqrt{\frac{5}{2}}, +\infty)$.

Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικά μέγιστα στα $x_1 = -\sqrt{\frac{5}{2}}$ και $x_2 = \sqrt{\frac{5}{2}}$,

τα $f\left(-\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = \frac{9}{4}$ και $f\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = \frac{9}{4}$, ενώ η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο

στο $x_3 = 0$, το $f(0) = -4$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στα

διαστήματα $(-\infty, -\sqrt{\frac{5}{6}}]$ και $[\sqrt{\frac{5}{6}}, +\infty)$, ενώ η f είναι κυρτή στο διάστημα

$[-\sqrt{\frac{5}{6}}, +\sqrt{\frac{5}{6}}]$.

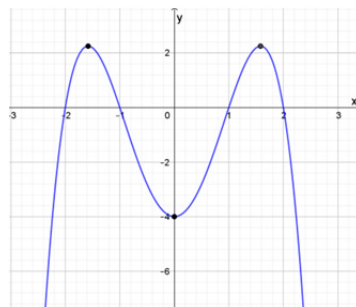
Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στα $x = \pm\sqrt{\frac{5}{6}}$,

τα σημεία $\left(\sqrt{\frac{5}{6}}, -\frac{19}{36}\right)$ και $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}, -\frac{19}{36}\right)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(δ) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(0, 0)$ $(5, 0)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, \frac{5}{3}]$ και $[5, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[\frac{5}{3}, 5]$.

Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = \frac{5}{3}$, το $f(\frac{5}{3}) = \frac{500}{27}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x = 5$, το $f(5) = 0$.

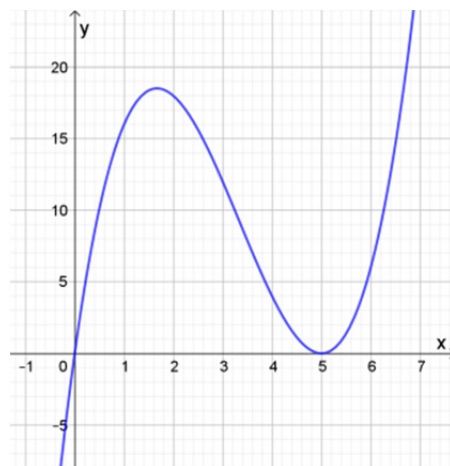
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στο διάστημα $(-\infty, \frac{10}{3}]$ και κυρτή στο διάστημα $[\frac{10}{3}, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = \frac{10}{3}$, το σημείο $(\frac{10}{3}, \frac{250}{27})$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



(ε) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(2, 0)$ $(0, -8)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το \mathbb{R} .

Ακρότατα: Η f δεν παρουσιάζει ακρότατες τιμές.

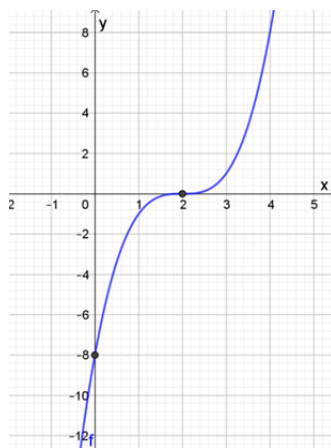
Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη στο διάστημα $(-\infty, 2]$ και κυρτή στο διάστημα $[2, +\infty)$.

Η γραφική παράσταση της f παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = 2$, το σημείο $(2, 0)$.

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



8. (α) $x = 3$
 (β) $f(3) = 7$

9. $V_{\max} = 4 \text{ dm}^3$

10. (α) Πεδίο ορισμού: \mathbb{R}

Σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες των συντεταγμένων: $(-3\sqrt{3}, 0)$, $(3\sqrt{3}, 0)$, $(0, 27)$

Διαστήματα μονοτονίας: Η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$.

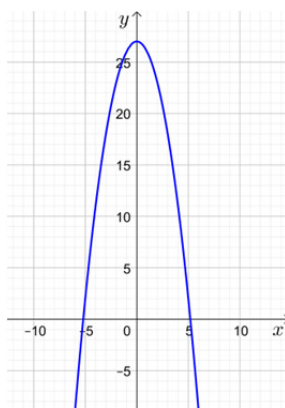
Ακρότατα: Η f παρουσιάζει τοπικό (ολικό) μέγιστο στο $x = 0$, το $f(0) = 27$.

Διαστήματα στα οποία η f είναι κυρτή ή κοίλη: Η f είναι κοίλη σε όλο το \mathbb{R} .

Συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

Γραφική παράσταση της f :



- (β) $E_{\max} = 108$ τετραγωνικές μονάδες
11. (α) $P(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 200x - 50, \quad x > 0$
- (β) 500 τόνοι τσιμέντου

Ενότητα 2: Αόριστο ολοκλήρωμα

Ορισμός αόριστου ολοκληρώματος

Δραστηριότητες σελίδας 67

- (α) Ορισμός σελίδας 64
(β) Παρατηρήσεις σελίδας 64
(γ) Ορισμός σελίδας 65
- (α) $F(x) = c, c \in \mathbb{R}$
(β) $F(x) = x^6$
(γ) $F(x) = \frac{x^4}{4}$
(δ) $F(x) = \frac{x^{-2}}{-2}$
- i. (γ)
ii. (β)

Κανόνες ολοκλήρωσης

Δραστηριότητες σελίδας 72

- Ισχύει $F'(x) = f(x)$.
- $g'(x) = f(x)$
- (α) $x + c$
(β) $\frac{4}{5}x + c$
(γ) $\frac{x^{-4}}{-4} + c$
(δ) $\frac{x^2}{6} + c$
(ε) $\frac{\pi x^2}{2} + c$
(στ) $x^5 + c$
(ζ) $2x^2 + 3x + c$
(η) $x^3 + x^2 + x + c$
(θ) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x + c$
(ι) $\frac{u^4}{4} - \frac{3u^2}{2} + u + c$
(ια) $\frac{3x^5}{5} - \frac{x^6}{3} - 5x + c$
(ιβ) $-\frac{2x^3}{3} + \frac{7x^2}{2} - 3x + c$
(ιγ) $\frac{u^3}{3} - 5u^2 + 25u + c$
(ιδ) $\frac{u^4}{2} - \frac{4u^3}{3} + u^2 + c$
- $a = 12, \beta = 0, \gamma = -10, \delta = 1$
- $\kappa = 6, \lambda = 15$
- (α) $u(x) + c$
(β) $-v(x) + c$
(γ) $2u(x) - 3v(x) + c$
(δ) $3x - u(x) + c$

Εφαρμογές αόριστων ολοκληρωμάτων

Δραστηριότητες σελίδας 77

- (α) $f(x) = \frac{3x^2}{2} - 2x + c$
(β) $f(x) = -x^3 + x^2 + 20$
(γ) $f(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x + 1$
(δ) $f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$
(ε) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
(στ) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x - \frac{5}{6}$
- $f(x) = -x^4 + 3x^2 + x + 2$
- Ισχύει $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

5. $R(10) = 100$

6. $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{8}{3}$

Δραστηριότητες Ενότητας σελίδας 78

1. (α) $\frac{x^6}{6} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + c$

(γ) $\frac{x^9}{7} - \frac{x^5}{3} - \frac{x^3}{2} - x + c$

(ε) $\frac{1}{5} \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) + c$

(ζ) $2 \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x \right) + c$

(β) $7x - \frac{5x^3}{3} + \frac{3x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + c$

(δ) $3 \left(\frac{x^5}{5} - \frac{\pi x^2}{2} \right) + c$

(στ) $\frac{3x^2}{2} - \frac{3x^4}{2}$

(η) $-\frac{3x^4}{4} + \frac{6x^7}{7} - \frac{3x^{10}}{10} + c$

2. $\kappa = 8, \quad \lambda = -5$

3. $x_1 = -3, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 2$

4. $x_1 = -1, \quad x_2 = 2$

5. $f(x) = -x^2 + 4x + 1$

6. $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + 6$

7. (α) $f(x) = 2x^2 + 8x + 1$

(β) Στο $x = -2$ η f παρουσιάζει ελάχιστη τιμή, την $f(-2) = -7$.

8. $-\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 3x + \frac{23}{6}$

9. (α) $V(t) = V_0 - 2000t + 100t^2$

(β) $V_0 = 10000$

10. $K(10) = 1099$

11. (α) $V(t) = 50\pi + 10t^2 - \frac{5t^3}{3}$

(β) 2,68 m

12. $P(500) = 740000$