

Απαντήσεις Τεύχους Β'

Ενότητα 3: Αόριστο ολοκλήρωμα

Ανάλυση ρητών αλγεβρικών παραστάσεων σε άθροισμα απλών κλασμάτων
Δραστηριότητες σελίδας 12

1. (α) $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x-1}$ (β) $\frac{1}{x-1} + \frac{4}{x+2} + \frac{3}{x-4}$
(γ) $\frac{6}{x-2} - \frac{5}{x-1}$ (δ) $\frac{3}{2x+1} + \frac{1}{x+2}$
(ε) $\frac{3}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$ (στ) $-\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}$
(ζ) $\frac{2}{x-3} + \frac{3}{x+2} - \frac{1}{(x+2)^2}$ (η) $\frac{3}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+1}$
(θ) $-\frac{1}{2(x+1)} + \frac{7x+9}{2(x^2+2x+5)}$ (ι) $\frac{2}{x-1} + \frac{x}{x^2+x+1}$
(ια) $\frac{1}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2(x-1)^2}$ (ιβ) $\frac{3}{2(x+1)} - \frac{1}{2(x-1)} + \frac{3}{(x-1)^2}$
(ιγ) $x-5 - \frac{45}{2(x-3)} + \frac{5}{2(x+1)}$ (ιδ) $2x+1 + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$

Διαφορικό συνάρτησης

Δραστηριότητες σελίδας 14

1. (α) $df = (6x-5)dx$ (β) $dg = \frac{1}{x+2}dx$
(γ) $dh = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$ (δ) $dk = -24x(7-2x^3)^3dx$

Ορισμός αόριστου ολοκληρώματος

Δραστηριότητες σελίδας 20

1. Η συνάρτηση F έχει τοπικό μέγιστο για $x = 1$ και τοπικά ελάχιστα για $x = -3$ και $x = 2$.
2. (α) Γ (β) Β
3. (α) $x^2 + c$ (β) $\frac{4x^5}{5} + c$
(γ) $e^x + c$ (δ) $\eta\mu x + c$
(ε) $x - \frac{\sigma\upsilon\nu(2x)}{2} + c$

Κανόνες ολοκλήρωσης

Δραστηριότητες σελίδας 25

1. (α) $\frac{x^5}{5} + c$ (β) $-\frac{1}{x} + c$
(γ) $\frac{4\sqrt[4]{x^7}}{7} + c$ (δ) $-\frac{1}{3u^3} + c$
(ε) $2\sqrt{x} + c$ (στ) $3\sqrt[3]{u^2} + c$
(ζ) $\frac{u^3}{3} - \frac{3u^2}{2} + u + c$ (η) $\frac{x^2}{2} + \frac{4\sqrt{x^3}}{3} - \pi x + c$
(θ) $e^x + \frac{ex^2}{2} + e \ln|x| + c$ (ι) $\frac{u^3}{3} - 5u^2 + 25u + c$
(ια) $\frac{u^4}{2} - 3u^2 + c$ (ιβ) $\frac{2\sqrt{x^5}}{5} - \frac{4\sqrt{x^3}}{3} + c$
(ιγ) $\frac{u^3}{3} - \frac{5u^2}{2} + 3 \ln|u| + c$ (ιδ) $-\frac{3}{x} - \ln|x| + 2x + c$
(ιε) $-\sigma\upsilon\nu\vartheta - \eta\mu\vartheta + c$ (ιστ) $\frac{3\vartheta^2}{2} - \epsilon\varphi\vartheta + c$
(ιζ) $\tau\omicron\xi\epsilon\varphi x - x^2 + c$ (ιη) $2\tau\omicron\xi\eta\mu x + c$
2. $\kappa = 6, \lambda = 15$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Ολοκλήρωση με αντικατάσταση)

Δραστηριότητες σελίδας 30

1. (α) $\frac{2\sqrt{(6+x)^3}}{3} + c$ (β) $\frac{\eta\mu(3x)}{3} + c$
(γ) $\frac{(2x-7)^{81}}{162} + c$ (δ) $\frac{\eta\mu(x^2+1)}{2} + c$
(ε) $-\frac{(1+\sigma\upsilon\nu\vartheta)^4}{4} + c$ (στ) $-\frac{e^{1-3x^2}}{6} + c$
(ζ) $\frac{2(\sqrt{x-1})^7}{7} + \frac{4(\sqrt{x-1})^5}{5} + \frac{2(\sqrt{x-1})^3}{3} + c$
(η) $\frac{2(\sqrt{x-2})^3}{3} + 4\sqrt{x-2} + c$ (θ) $2\sqrt{x} - 2 \ln(\sqrt{x}+1) + c$
(ι) $-\frac{1}{2(x^2+2)} + \frac{1}{2(x^2+2)^2} + c$ (ια) $2\sqrt{1+x^2} + c$
(ιβ) $-\sigma\upsilon\nu(\ln x) + c$ (ιγ) $\tau\omicron\xi\epsilon\varphi(e^x) + c$
(ιδ) $-\frac{2(\sqrt{1-e^x})^5}{5} + \frac{4(\sqrt{1-e^x})^3}{3} - 2\sqrt{1-e^x} + c$

$$(ιε) \quad x - \frac{4\sqrt[4]{x^5}}{5} + c$$

$$2. \quad (\alpha) \quad \text{τοξημ}\left(\frac{x}{3}\right) + c$$

$$(\beta) \quad -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + c$$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Τυποποίηση βασικών μορφών ολοκληρωμάτων)

Δραστηριότητες σελίδας 34

$$1. \quad (\alpha) \quad \frac{\eta\mu(7x)}{7} + c$$

$$(\beta) \quad -\frac{\sigma\varphi(5x-3)}{5} + c$$

$$(\gamma) \quad \frac{(6x-1)^{22}}{132} + c$$

$$(\delta) \quad -\frac{e^{4-9x}}{9} + c$$

$$(\epsilon) \quad \frac{e^{4x}}{4} + \frac{4^{-3x}}{3 \ln 2} + c$$

$$(\sigma\tau) \quad -\frac{\sigma\upsilon\nu(4x)}{4} + \frac{\sigma\upsilon\nu(5x)}{5} + c$$

$$(\zeta) \quad \frac{\text{τοξη}\varphi(5x)}{5} + c$$

$$(\eta) \quad \text{τοξημ}\left(\frac{x}{2}\right) + c$$

$$(\theta) \quad -\frac{1}{8(2x+1)^4} + c$$

$$(\iota) \quad \frac{(x^2-3)^{18}}{36} + c$$

$$(\iota\alpha) \quad \frac{\text{τοξη}\varphi^4 x}{4} + c$$

$$(\iota\beta) \quad \frac{\ln^7 x}{7} + c$$

$$(\iota\gamma) \quad 4\sqrt{1-\sigma\upsilon\nu x} + c$$

$$(\iota\delta) \quad -\frac{1}{3(e^x-1)^3} + c$$

$$(\iota\epsilon) \quad \ln|2+\epsilon\varphi x| + c$$

$$(\iota\sigma\tau) \quad \frac{3 \ln(x^2+3)}{2} + c$$

$$(\iota\zeta) \quad \ln|\eta\mu x| + c$$

$$(\iota\eta) \quad 2 \ln|x-\sigma\upsilon\nu x| + c$$

$$(\iota\theta) \quad 3 \ln|x^2+5x-1| + c$$

$$(\iota\kappa) \quad -\ln|\sigma\tau\epsilon\mu x + \sigma\varphi x| + c$$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Ολοκλήρωση κατά παράγοντες)

Δραστηριότητες σελίδας 38

$$1. \quad (\alpha) \quad -\frac{x\sigma\upsilon\nu(2x)}{2} + \frac{\eta\mu(2x)}{4} + c$$

$$(\beta) \quad x\epsilon\varphi x + \ln|\sigma\upsilon\nu x| + c$$

$$(\gamma) \quad -\frac{\ln x + 1}{x} + c$$

$$(\delta) \quad -\frac{2 \ln x + 1}{4x^2} + c$$

$$(\epsilon) \quad (x-1)e^x + c$$

$$(\sigma\tau) \quad -(x^2+2x+2)e^{-x} + c$$

$$(\zeta) \quad \frac{2e^{\sqrt{3x+9}}(\sqrt{3x+9}-1)}{3} + c$$

$$(\eta) \quad x \ln(x + \sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} + c$$

$$(\theta) \quad \frac{(9x^2-2)\eta\mu(3x) + 6x\sigma\upsilon\nu(3x)}{27} + c$$

$$(\iota) \quad \frac{e^x(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)}{2} + c$$

$$(\iota\alpha) \quad -\frac{e^{-x}(\eta\mu(2x) + 2\sigma\upsilon\nu(2x))}{5} + c$$

$$(ιβ) \frac{e^{2x}(2\eta\mu(3x) - 3\sigma\upsilon\nu(3x))}{13} + c$$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Ολοκλήρωση τριγωνομετρικών συναρτήσεων)

Δραστηριότητες σελίδας 41

1. (α) $\frac{x}{2} - \frac{\eta\mu(2x)}{4} + c$ (β) $\eta\mu x - \frac{\eta\mu^3 x}{3} + c$
- (γ) $\frac{3x}{8} + \frac{\eta\mu(2x)}{4} + \frac{\eta\mu(4x)}{32} + c$ (δ) $\frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{2} - \ln|\sigma\upsilon\nu x| + c$
- (ε) $\frac{\eta\mu^5 x}{5} - \frac{\eta\mu^7 x}{7} + c$ (στ) $-\frac{\sigma\upsilon\nu^5 x}{5} + \frac{\sigma\upsilon\nu^3 x}{3} - \sigma\upsilon\nu x + c$
- (ζ) $\frac{\sigma\upsilon\nu^2(2x)}{8} + c$ (η) $\epsilon\varphi x + \frac{\epsilon\varphi^3 x}{3} + c$
- (θ) $\frac{\ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\varphi x| + \epsilon\varphi x \tau\epsilon\mu x}{2} + c$ (ι) $\frac{\tau\epsilon\mu^3 x}{3} - \tau\epsilon\mu x + c$
- (ια) $-\frac{\sigma\upsilon\nu x}{2} - \frac{\sigma\upsilon\nu(3x)}{6} + c$ (ιβ) $\frac{\eta\mu(2x)}{4} - \frac{\eta\mu(12x)}{24} + c$
- (ιγ) $\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x + c$ (ιδ) $\epsilon\varphi x \ln(\tau\epsilon\mu x) + x - \epsilon\varphi x + c$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Τριγωνομετρικές αντικαταστάσεις)

Δραστηριότητες σελίδας 45

1. (α) $\tau\omicron\xi\eta\mu(4x) + c$
- (β) $-2 \ln \left| \frac{x - \sqrt{4 + x^2}}{2} \right| + \frac{x\sqrt{4 + x^2}}{2} + c$
- (γ) $\frac{\sqrt{3}\tau\omicron\xi\eta\mu(\sqrt{3}x)}{3} + c$
- (δ) $\frac{3\tau\omicron\xi\epsilon\varphi\left(\frac{x}{2}\right)}{256} + \frac{5x}{32(x^2 + 4)^2} + \frac{3x^3}{128(x^2 + 4)^2} + c$
- (ε) $\ln x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + c$
2. (α) $\frac{(x + 1)\sqrt{3 - 2x - x^2}}{2} + 2\tau\omicron\xi\eta\mu\left(\frac{x + 1}{2}\right) + c$
- (β) $\frac{\sqrt{2}(x + 3)\sqrt{x^2 + 6x + 4}}{2} - \frac{5\sqrt{2} \ln(\sqrt{x^2 + 6x + 4} + x + 3)}{2} + c$
- (γ) $\tau\omicron\xi\eta\mu\left(\frac{x - 1}{\sqrt{2}}\right) + c$
- (δ) $\tau\omicron\xi\eta\mu(\sqrt{x}) - \sqrt{x(1 - x)} + c$
- (ε) $\ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) - \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} + c$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Ολοκλήρωση ρητών συναρτήσεων)

Δραστηριότητες σελίδας 51

1. (α) $3 \ln|x^2 - 4| + c$ (β) $\ln|x^2 - 7x + 3| + c$
(γ) $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + c$ (δ) $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + c$
(ε) $3 \ln|x-1| + 2 \ln|x+2| + c$
(στ) $3 \ln(x^2 - 6x + 13) + 7 \text{τοξεφ} \left(\frac{x-3}{2} \right) + c$
(ζ) $\frac{x^2}{2} - x + 3 \ln|x-1| + 2 \ln|x+2| + c$
(η) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) - \ln|x+1| + 2 \text{τοξεφ} \left(\frac{x}{2} \right) + c$
(θ) $\ln(x^2 - 2x + 10) + \frac{2}{3} \text{τοξεφ} \left(\frac{x-1}{3} \right) + c$
(ι) $\frac{1}{2} \text{τοξεφ} \left(\frac{x+5}{2} \right) + c$ (ια) $-\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c$
(ιβ) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| - \frac{1}{2} \text{τοξεφ} x + c$
(ιγ) $\frac{1}{2(x^2+1)^2} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \ln|x| + c$
(ιδ) $2 \ln \left| \frac{2 \text{εφ} \left(\frac{x}{2} \right) + 1}{\text{εφ} \left(\frac{x}{2} \right) - 2} \right| + c$ (ιε) $\ln \left| \frac{3 \text{εφ} x + 1}{\text{εφ} x + 3} \right| + c$
(ιστ) $\frac{1}{2} \text{τοξεφ} \left(\frac{1}{2} \text{εφ} \left(\frac{x}{2} \right) \right) + c$

Μέθοδοι ολοκλήρωσης (Ολοκληρώματα αναγωγικού τύπου)

Δραστηριότητες σελίδας 54

2. $I_0 = -\frac{\text{συν}(2x)}{2} + c$
 $I_1 = \frac{\eta\mu(2x)}{4} - \frac{\text{συν}(2x)}{2} + c$
 $I_4 = \frac{x(2x^2 - 3)\eta\mu(2x)}{2} - \frac{(2x^4 - 6x^2 + 3)\text{συν}(2x)}{4} + c$

Προβλήματα αρχικών τιμών

Δραστηριότητες σελίδας 56

1. (α) $f(x) = \frac{3x^2}{2} - 2x + \frac{3}{2}$ (β) $f(x) = \frac{2\sqrt{(x-2)^3}}{3} + \frac{4}{3}$

$$(\gamma) \quad f(x) = -x^3 + x^2 + 4x + 1$$

$$(\delta) \quad f(x) = 2x + \frac{1}{x} - 2$$

$$(\epsilon) \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$(\sigma\tau) \quad f(x) = \ln(x \ln x + x - 2e + 1)$$

$$2. \quad f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

Δραστηριότητες Ενότητας σελίδας 57

$$1. \quad (\alpha) \quad 2\sqrt{(x^3 + 5)^3} + c$$

$$(\beta) \quad \ln(e^x + 1) - \frac{2}{3}\sqrt{(\ln x)^3} + c$$

$$(\gamma) \quad \tau\epsilon\mu x + \sigma\upsilon\nu x + c$$

$$(\delta) \quad \tau\omicron\xi\epsilon\varphi(e^x) + c$$

$$(\epsilon) \quad \frac{\sqrt[4]{(\sqrt{x^3} + 1)^3}}{9} + c$$

$$(\sigma\tau) \quad 2\sqrt{x}\eta\mu(\sqrt{x}) + 2\sigma\upsilon\nu(\sqrt{x}) + c$$

$$(\zeta) \quad e^{\eta\mu x}(\eta\mu x - 1) + c$$

$$(\eta) \quad \frac{4(\sqrt{1+x^2})^5}{5} - \frac{4(\sqrt{1+x^2})^3}{3} + c$$

$$(\theta) \quad \frac{\eta\mu^8 x}{8} + \frac{\eta\mu^{10} x}{10} + c$$

$$(\iota) \quad -\frac{\sigma\upsilon\nu(4x)}{8} - \frac{\sigma\upsilon\nu(10x)}{20} + c$$

$$(\iota\alpha) \quad \frac{\epsilon\varphi^5 x}{5} + c$$

$$(\iota\beta) \quad -\frac{\sigma\upsilon\nu^8 x}{4} + c$$

$$(\iota\gamma) \quad \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x + c$$

$$(\iota\delta) \quad (x^2 - 2x + 3)e^x + c$$

$$(\iota\epsilon) \quad \frac{e^{ax}(a\eta\mu(\beta x) - \beta\sigma\upsilon\nu(\beta x))}{a^2 + \beta^2} + c$$

$$(\iota\sigma\tau) \quad \chi\tau\omicron\xi\sigma\upsilon\nu x - \sqrt{1-x^2} + c$$

$$(\iota\zeta) \quad \frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + c$$

$$(\iota\eta) \quad \frac{1}{2}\ln(x^2 + 2x + 10) - \frac{2}{3}\tau\omicron\xi\epsilon\varphi\left(\frac{x+1}{3}\right) + c$$

$$(\iota\theta) \quad 2\sqrt{x+2} + 3\ln \left| \frac{\sqrt{x+2}-3}{\sqrt{x+2}+3} \right| + c$$

$$(\kappa) \quad -\frac{2}{1 + \epsilon\varphi\left(\frac{x}{2}\right)} + c$$

$$(\kappa\alpha) \quad \frac{1}{2}\tau\omicron\xi\epsilon\varphi\left(\frac{\epsilon\varphi x - 1}{2}\right) + c$$

$$(\kappa\beta) \quad \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + c$$

$$(\kappa\gamma) \quad \frac{2}{3}\sqrt{\frac{x}{x+3}} + c$$

$$2. \quad (x^2 - 2x + 2)e^x + c$$

$$3. \quad (\beta) \quad \frac{\chi\tau\omicron\xi\epsilon\varphi x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} + c$$

$$4. \quad (\alpha) \quad \ln|\sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu x| + c$$

$$(\beta) \quad a = \frac{1}{5}, \quad \beta = \frac{2}{5}$$

$$(\gamma) \quad \frac{x}{5} + \frac{2\ln|\sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu x|}{5} + c$$

$$5. \quad (\alpha) \quad 7\sqrt{\ln x} + c$$

$$(\beta) \quad \ln(\ln(e^x + 1)) + c$$

$$(\gamma) \quad \frac{\sqrt{x^2 - 2}(x^2 + 1)}{6x^3} + c$$

- (δ) $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\varepsilon\varphi\vartheta - \sqrt{2\varepsilon\varphi\vartheta} + 1}{\varepsilon\varphi\vartheta + \sqrt{2\varepsilon\varphi\vartheta} + 1} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \tau\omicron\xi\varepsilon\varphi \left(\frac{\varepsilon\varphi\vartheta - 1}{\sqrt{2\varepsilon\varphi\vartheta}} \right) + c$
7. (β) $I_2 = \frac{\tau\omicron\xi\varepsilon\varphi \left(\frac{x}{a} \right)}{2a^3} + \frac{x}{2a^2(a^2 + x^2)} + c$
 $I_3 = \frac{3\tau\omicron\xi\varepsilon\varphi \left(\frac{x}{a} \right)}{8a^5} + \frac{5x}{8a^2(a^2 + x^2)^2} + \frac{3x^3}{8a^4(a^2 + x^2)^2} + c$
8. $f(x) = 2x + \ln x + 1$
9. $\int e^x(f(x) + f'(x)) dx = e^x f(x)$
 $\int e^x(\eta\mu x + \sigma\nu x) dx = e^x \eta\mu x + c$
10. (α) $f(x) = \sqrt[3]{x(x^2 + 3)}$
 (β) $f(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{e^2}{x}$
 (γ) $f(x) = x + \ln|x| + 1$
11. $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-3}$
12. (β) $u(x) = e^{2x}, x \in \mathbb{R}$
 (γ) $f(x) = e^x(e^x + 1), x \in \mathbb{R}$

Ενότητα 4: Σειρές

Ορισμός σειράς – Βασικές ιδιότητες – Ιδιότητες του Σ – συμβολισμού Δραστηριότητες σελίδας 67

1. (α) $\sum_{\kappa=1}^9 \sqrt{\kappa+2} = \sum_{\kappa=3}^{11} \sqrt{\kappa}$ (β) $\sum_{\kappa=1}^7 \frac{2}{\kappa}$
(γ) $\sum_{\kappa=1}^{10} (3\kappa-1)^2$ (δ) $\sum_{\kappa=1}^{15} (2 \cdot 3^{\kappa})$
2. (α) $\frac{22}{35}$ (β) 0 (γ) 56
3. $\lambda = 8$
4. (α) $\frac{2(4^v-1)}{3}$ (β) $5(v-10)$ (γ) $\frac{2^v-1}{2^v}$
5. $\sum_{v=1}^{+\infty} (2v+3) = 5 + 7 + 9 + 11 + \dots$
6. 1350

Σύγκλιση σειράς – Ειδικά αθροίσματα Δραστηριότητες σελίδας 75

1. (α) $-\frac{1}{3}$ (β) Δεν συγκλίνει (γ) $\frac{1}{2}$
3. (α) $\frac{1}{6}v(2v^2+27v+97)$
(β) $v(v+1)^2(v+2)$
(γ) $\frac{1}{12}v(v+1)(v+2)(3v+13)$
4. (α) $2v^2(v+1)^2$
(β) $\frac{1}{4}v^2(v+1)(9v-7)$
(γ) $\frac{1}{2}v(6v^2+9v+1)$
5. 118040

Μέθοδοι υπολογισμού του αθροίσματος μιας σειράς Δραστηριότητες σελίδας 80

1. (α) $\frac{2}{3}v(v+1)(3v^2+v-1)$ (β) $v(4v^2+7v-1)$
(γ) $v^2(2v^2-1)$ (δ) $\frac{1}{4}v(v+1)(v+2)(v+3)$
2. $4v^2(13v+4)$
3. (α) $\frac{3}{4}$ (β) $\frac{1}{18}(9-\sqrt{3}\pi)$

4. (α) $a_n = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$ (β) $a_{10} = \frac{1}{483}$ (γ) $\frac{5}{33}$

5. $a_n = \frac{n^2 + 3n}{2}$
 $\frac{1}{6}n(n+1)(n+5)$

Δραστηριότητες Ενότητας σελίδας 81

1. 11879

4. 285

5. (α) $\frac{3}{4}$

(β) $\frac{25}{48}$

(γ) $\frac{9}{4}$

(δ) Δεν συγκλίνει

7. 20

Ενότητα 5: Ορισμένο ολοκλήρωμα

Εμβαδόν επίπεδου χωρίου – Ορισμός ορισμένου ολοκληρώματος Δραστηριότητες σελίδας 92

1. (α) 9 (β) 6 (γ) 12

Ιδιότητες ορισμένου ολοκληρώματος Δραστηριότητες σελίδας 96

1. (α) 3 (β) 2
2. (α) -10 (β) 4
(γ) -2 (δ) -14
3. 1
4. $a = 4$

Θεμελιώδες θεώρημα ολοκληρωτικού λογισμού Δραστηριότητες σελίδας 107

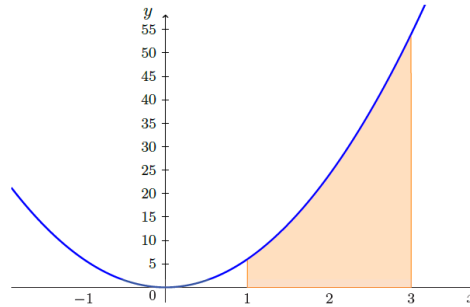
1. (α) 1 (β) $\frac{61}{3}$
(γ) 3 (δ) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 2$
(ε) 80 (στ) 1
(ζ) $1 + \frac{\pi}{2}$
2. (α) $\frac{721}{9}$ (β) $\sqrt{13} - 2$
(γ) $\ln 3$ (δ) $\frac{9}{8}(\sqrt[3]{4} - 1)$
(ε) 14
3. (α) $\frac{1}{12}$ (β) $\frac{886}{15}$
4. (α) $\frac{407}{13440}$ (β) 4π
(γ) $\frac{\pi - 2}{4 - 3}$
7. (α) $2 - e$ (β) $\frac{1}{4}(\pi - 2)$
(γ) $\frac{1}{9} - \frac{4}{9e^3}$ (δ) $\frac{3}{10} + \frac{\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{5}$
8. (α) $1 + \ln 16$ (β) $\ln 12$
(γ) $\frac{59}{6} + \ln 2$ (δ) $1 + \ln\left(\frac{9}{4}\right)$
9. 4
10. $3(\ln 3 - 1)$
11. (α) $I_0 = \frac{\pi}{2}, I_1 = 1$ (γ) $\frac{16}{35}$

12. (β) i. $\frac{1}{2}$ ii. 1

13. (β) $24 - \frac{65}{e}$

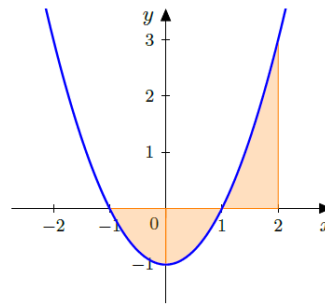
**Εφαρμογές ορισμένου ολοκληρώματος – Υπολογισμός εμβαδού
Δραστηριότητες σελίδας 121**

1. (α)



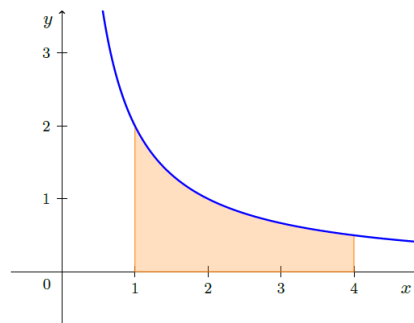
$$\int_1^3 6x^2 dx = 52$$

(β)



$$\int_{-1}^2 (t^2 - 1) dt = 0$$

(γ)



$$\int_1^4 \frac{2}{x} dx = 4 \ln 2$$

2. (α) 0

3. 17

4. $\frac{13}{12}$

5. (α) 9

(γ) 9

(γ) 4

(β) 2

(δ) 8

6. $a = 2$
7. (α) $\frac{125}{6}$ (β) $\frac{32}{3}$
8. (α) $\frac{32}{3}$ (β) $\frac{32}{3}$
 (γ) $\frac{35}{2} - 6 \ln 6$
9. $\frac{1}{3}$
10. $\frac{1}{2}(e - 2)$
11. 108
12. $8 \ln 2$
13. (γ) 2π
14. (α) 1 (β) $\frac{28}{3}$

**Εφαρμογές ορισμένου ολοκληρώματος – Υπολογισμός όγκου
 Δραστηριότητες σελίδας 135**

1. (α) $\frac{376\pi}{15}$ (β) $\frac{81\pi}{10}$
2. (α) $\frac{1}{2}e^2(e^2 - 1)\pi$ (β) $\frac{\pi^2}{2}$
 (γ) $\frac{81\pi}{10}$
3. (α) $\frac{512\pi}{15}$ (β) $\frac{11664\pi}{35}$
4. (α) $\frac{384\pi}{5}$ (β) $\frac{512\pi}{3}$
5. (α) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)\pi$ (β) $\frac{93\pi}{5}$
6. (α) $4 - \pi$ (β) $\frac{\pi^2}{16}$
7. (α) $\frac{16\pi}{15}$ (β) $\frac{56\pi}{15}$
8. (α) 8π (β) $\frac{\pi}{2}$

Δραστηριότητες Ενότητας σελίδας 137

1. $\frac{7}{2}$
3. (α) 6 (β) 0
 (γ) 4 (δ) 10
6. $a = \frac{1 \pm \sqrt{\frac{19}{3}}}{2}$
7. (α) $\frac{\pi}{16}$ (β) $1 - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{12}$

$$(\gamma) \quad \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$(\varepsilon) \quad 4\pi$$

$$8. \quad f(3) = 4$$

$$9. \quad \frac{4}{3}$$

$$10. \quad A = \frac{1}{2} \ln 3$$

$$A + B = 1$$

$$B = 1 - \frac{1}{2} \ln 3$$

$$14. \quad (\alpha) \quad a$$

$$15. \quad f'(0) = 1$$

$$16. \quad (\beta) \quad \frac{\pi^2}{4}$$

$$18. \quad \frac{4\pi R^3}{3}$$

$$19. \quad (\alpha) \quad \frac{4}{3} \pi a \beta^2$$

$$20. \quad \frac{\pi}{30}$$

$$21. \quad \frac{256\pi}{15}$$

$$22. \quad -\frac{1}{2}(e^2 - 4e + 1)\pi$$

$$23. \quad (\alpha) \quad \frac{\pi}{5}$$

$$24. \quad (\alpha) \quad \frac{\pi}{6}$$

$$(\delta) \quad \frac{4}{3}$$

$$(\sigma\tau) \quad \ln\left(\frac{5 + \sqrt{3}}{4}\right)$$

$$(\beta) \quad \frac{\pi}{4}$$

$$(\beta) \quad \frac{4}{3} \pi a^2 \beta$$

$$(\beta) \quad \frac{\pi}{2}$$

$$(\beta) \quad \frac{5\pi}{6}$$