

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Γ'
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 6 / 2015
ΧΡΟΝΟΣ: 2 Ώρες

Βαθμός:

Ολογρ.:

Υπογραφή:

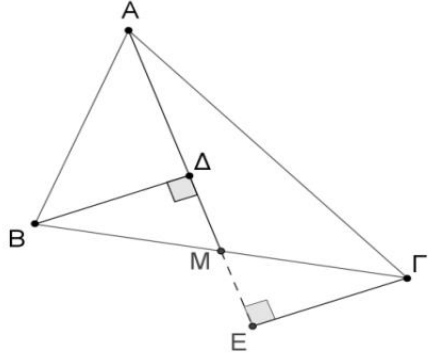
Όνοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:
 α) $(x - 6) \cdot (x + 6) =$ β) $(x - 5)^2 =$
2. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου με ακμή $a = 2 \text{ cm}$.
3. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 5x + 3 = 0$.
4. Να εξετάσετε τη θέση των δύο ευθειών $x + 4\psi = -8$ $5x + 2\psi = 14$ (τέμνονται, παράλληλες ή ταυτίζονται) και αν τέμνονται να βρείτε το σημείο τομής τους.
5. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓ είναι τυχαίο τρίγωνο και η ΑΜ είναι διάμεσος του. Αν $BD \perp AE$ και $GE \perp AE$. Να αποδείξετε ότι $BD = GE$.



6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α) $\chi^2 - 10\chi =$

β) $\omega^2 - 6\omega - 7 =$

γ) $4\chi^2 - \psi^2 =$

δ) $\chi^2 + 2\chi - \psi^2 - 2\psi =$

7. Δίνεται τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης 8 cm και ύψος 3 cm.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας, και

β) τον όγκο της πυραμίδας.

8. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\chi + 2}{\chi - 2} - \frac{\chi - 2}{\chi + 2}$ και $B = \frac{4}{1 - \frac{2}{\chi}}$ με $\chi \neq 0, \chi \neq 2$ και $\chi \neq -2$

α) Να δείξετε ότι $\frac{B}{A} = \chi + 2$.

β) Να βρείτε το ανάπτυγμα $\left(\frac{B}{A}\right)^3$.

9. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{B} < 90^\circ$. Η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} τέμνει την πλευρά $\Gamma\Delta$ στο σημείο Z . Από το σημείο Γ φέρουμε κάθετη ευθεία στη BZ η οποία τέμνει τη BZ στο σημείο O και την AB στο σημείο E . Να δείξετε ότι:

α) $EB = B\Gamma$.

β) Το τετράπλευρο $EB\Gamma Z$ είναι ρόμβος.

10. Δίνεται το πολυώνυμο $P(\chi) = -3\chi^2 + 2\chi - 16$.

α) Να βρείτε το $P(\chi + 1)$.

(μον. 2)

β) Να αποδείξετε ότι $P(\chi + 1) - P(\chi) = -6\chi - 1$.

(μον. 2)

γ) Με τη βοήθεια του πιο πάνω ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $P(1001) - P(1000)$.

(μον. 1)

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{2\chi}{\chi^2 - 4\chi + 3} - \frac{\chi}{\chi - 3} = \frac{2}{\chi - 1}$
2. Δίνεται κώνος με όγκο $V = 240\pi \text{ m}^3$ και ύψος $υ = 5\text{m}$. Να υπολογίσετε:
- α) Την ακτίνα της βάσης. (μον. 3)
 - β) Το μήκος της γενέτειρας του. (μον. 4)
 - γ) Αν η κυρτή του επιφάνεια θα επενδυθεί με αυτοκόλλητο χαρτί που στοιχίζει 10 € το κάθε τετραγωνικό μέτρο, να υπολογίσετε το συνολικό κόστος του αυτοκόλλητου χαρτιού. (μον. 3)
3. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές $A(3,5), B(1,1)$ και $\Gamma(7,3)$.
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. (μον. 4)
 - β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της διαμέσου ΑΜ (όπου Μ είναι το μέσο της ΒΓ) είναι η $3\chi + \psi = 14$. (μον. 4)
 - γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\Gamma$ και $\epsilon\phi\mathbf{B}$. (μον. 2)
4. Στην αυλή ενός γυμνασίου συγκεντρώνονται οι 109 μαθητές και μαθήτριες της Γ' τάξης. Αν τα κορίτσια σχηματίσουν τριάδες και τα αγόρια τετράδες τότε δημιουργούνται συνολικά 32 τριάδες και τετράδες μαζί.
- α) Να υπολογίσετε πόσες τριάδες κοριτσιών και πόσες τετράδες αγοριών μπορούν να δημιουργηθούν από τους μαθητές της Γ' τάξης. (μον. 7)
 - β) Να υπολογίσετε πόσα κορίτσια και πόσα αγόρια έχει η Γ' τάξη του συγκεκριμένου γυμνασίου. Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. (μον. 3)
5. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ, \mathbf{AB} = \mathbf{AG}$). Φέρουμε τη διάμεσο ΑΔ του τριγώνου και το μέσο Μ της ΑΓ. Προεκτείνουμε τη ΔΜ προς το μέρος του Μ κατά τμήμα ΜΕ=ΜΔ. Να αποδείξετε ότι :
- α) το τετράπλευρο ΑΒΔΕ είναι παραλληλόγραμμο.
 - β) το τετράπλευρο ΑΔΓΕ είναι τετράγωνο.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ