

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Β΄ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ 4ΩΡΟ ΤΕΣΕΚ

### ΕΝΟΤΗΤΑ 1:

#### ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ (ΝΟΜΟΣ ΗΜΙΤΟΝΩΝ – ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ – ΕΜΒΑΔΟΝ)

1. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται  $\alpha = 10\text{cm}$ ,  $\beta = 5\sqrt{3}\text{cm}$  και  $\hat{B} = 60^\circ$ . Να βρείτε τη πλευρά  $\gamma$  και τη γωνιά  $\hat{A}$  του τριγώνου.
2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει η σχέση  $(\alpha + \beta) \cdot \eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma) \cdot \eta\mu A = (\gamma - \alpha) \cdot \eta\mu B$
3. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  η γωνιά  $\hat{A} = 30^\circ$ . Να δείξετε ότι  $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \eta\mu B + \eta\mu \Gamma$
4. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει η σχέση  $\alpha\eta\mu A + \beta\eta\mu B = 2R\eta\mu^2\Gamma$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
5. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει η σχέση  $4R^2\eta\mu A \eta\mu B - \beta^2 = 0$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
6. Να επιλύσετε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  αν δίνονται  $\beta = 2\sqrt{3}\text{cm}$ ,  $\gamma = 4\text{cm}$  και  $\hat{A} = 30^\circ$ .
7. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει η σχέση  $\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma + \gamma\sigma\upsilon\nu B = \alpha$
8. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει η σχέση  $\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A + \alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B + \alpha\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2}$
9. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται  $\alpha = 1\text{cm}$ ,  $\gamma = \sqrt{3}\text{cm}$  και  $\hat{B} = 30^\circ$ . Να βρεθούν:  
**(α)** τα  $\beta, \hat{\Gamma}, \hat{A}$  και **(β)** το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
10. Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  δίνονται  $\hat{B} = 60^\circ$ ,  $\alpha = 4\text{cm}$  και  $\beta = 4\sqrt{3}\text{cm}$ . Να βρείτε την γωνιά  $\hat{A}$  και να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

## ΕΝΟΤΗΤΑ 2:

### ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

(α)  $\psi = 3x - 5$

(β)  $\psi = \frac{5x - 2}{7}$

(γ)  $\psi = \frac{5}{x}$

(δ)  $\psi = \frac{2x + 1}{x - 5}$

(ε)  $\psi = \frac{4}{x + 3}$

(στ)  $\psi = \frac{4x + 3}{x^3 + 2x}$

(ζ)  $\psi = \frac{3x - 2}{x^2 - 5x + 6}$

(η)  $\psi = \sqrt{x - 3}$

(θ)  $\psi = \sqrt{4 - x^2}$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών των συναρτήσεων:

(α)  $\psi = x - 1$

(β)  $\psi = 5x - 3$

(γ)  $\psi = \frac{4x + 1}{11}$

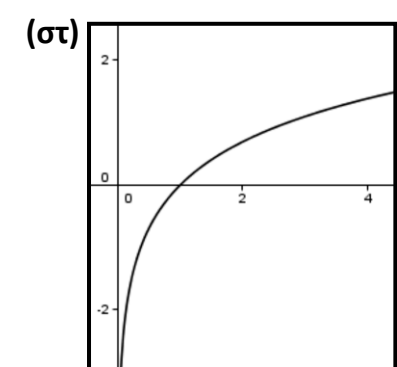
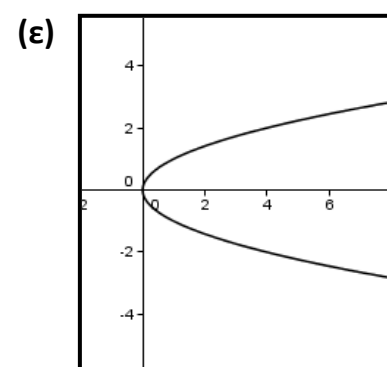
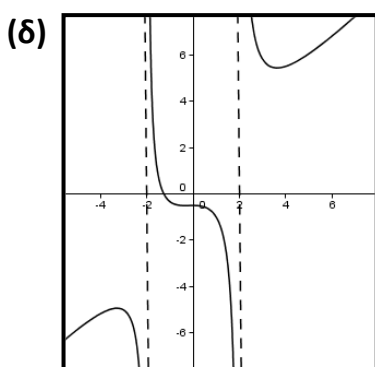
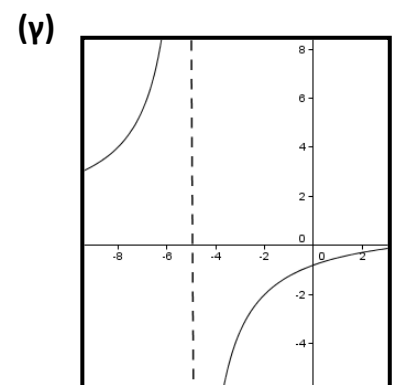
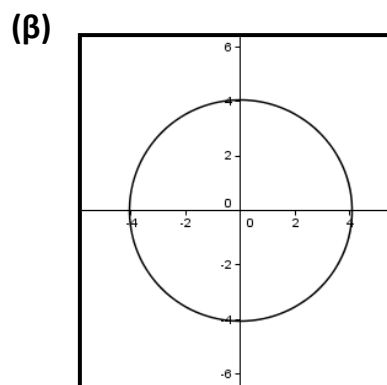
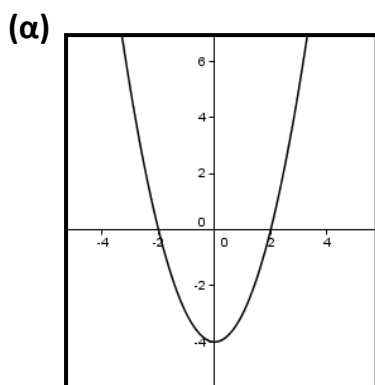
(δ)  $\psi = \frac{3x - 1}{x}$

(ε)  $\psi = \frac{2x - 1}{x + 3}$

(στ)  $\psi = 2x - 5$ , αν  $x \in [1, 7]$

3. Δίνετε το πεδίο ορισμού  $A = \{-1, 0, 1, 4, 9\}$  της συνάρτησης  $\psi = x^2 - x + 2$ . Να βρείτε το σύνολο τιμών B της συνάρτησης αυτής.

4. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν συνάρτηση και να βρείτε το Π.Ο. και το Σ.Τ. των συναρτήσεων.



5. Αν  $f(x) = \frac{x}{x+2}$  και  $g(x) = \frac{x}{x-2}$  να ορίσετε τις συναρτήσεις  $f+g$  και  $\frac{g}{f}$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού τους.

6. Να εξετάσετε σε ποιες περιπτώσεις οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι ίσες. Στις περιπτώσεις που δεν είναι ίσες, να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του  $\mathbf{R}$  στο οποίο είναι ίσες.

(α)  $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3}$  και  $g(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 4}$

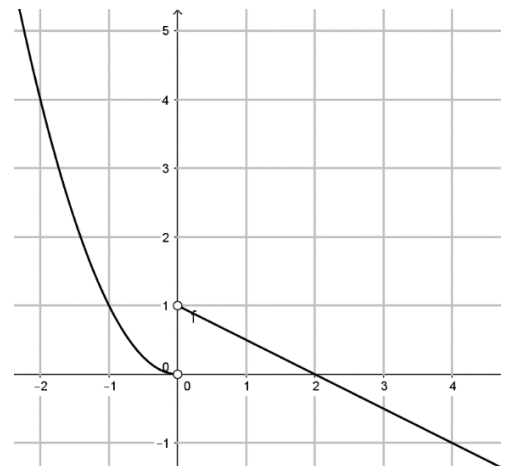
(β)  $f(x) = x + 2$  και  $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

7. Να εξετάσετε κατά πόσον οι συναρτήσεις  $f: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \square$  και  $g: \{-1, 0, 1\} \rightarrow \square$  με  $f(x) = x^2$  και  $g(x) = x^4$  είναι ίσες.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $h$ .

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

(β) Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση  $h$  είναι 1-1 και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



9. Να εξετάσετε κατά πόσον οι πιο κάτω συναρτήσεις είναι 1-1, αιτιολογώντας την απάντησή σας:

(α)  $f(x) = 3x + 2$

(β)  $f(x) = x^2 - 3$

### ΕΝΟΤΗΤΑ 3:

#### ΕΚΘΕΤΙΚΗ - ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω:

$$(α) \log_2 16 \quad (β) \log_3 81 \quad (γ) \log_5 \left( \frac{1}{25} \right) \quad (δ) \log_{16} 4$$

$$(ε) \log_2 \sqrt[5]{8} \quad (στ) \log 1 \quad (ζ) \log 10 \quad (η) \log 100$$

$$(θ) \log 1000 \quad (ι) \log 0,1 \quad (κ) \log 0,001 \quad (λ) \ln 1$$

$$(μ) \ln e \quad (ν) \ln e^3 \quad (ξ) \alpha^{\log_\alpha 6} \quad (ο) 5^{\log_5 \alpha}$$

2. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = \frac{2 \log 4}{\log 2 + \log 8}$$

$$B = \log_3 9 - \log_2 8 + \log 100 + \log_\alpha \alpha^3$$

$$\Gamma = \frac{\log_\alpha \alpha^5 - \log_3 27}{\log_\beta \beta^4 + \log_5 25}$$

$$\Delta = \frac{\log 100 + \log 1 - 3 \log 0,01}{3 \log 10}$$

3. Να λυθούν οι λογαριθμικές εξισώσεις:

$$(α) \log(x+3) + \log 3 = \log(x+1)$$

$$(β) \log(x-3) + \log 2 = \log(3x+1) - \log 4$$

$$(γ) \log(x+3) - \log 2x = 1 - \log 2$$

$$(δ) 5 \log x - \log 2 = 2 \log 4$$

$$(ε) \log_2(3x-4) = 4$$

$$(στ) \log^2 x - 5 \log x + 6 = 0$$

4. Να λυθούν οι εκθετικές εξισώσεις:

$$(α) 2^{x+1} = 8$$

$$(β) 3^{2x+1} = 27$$

$$(γ) 2^{3x-5} = 16$$

$$(δ) 3^{x+1} = 9^{2x+3}$$

$$(ε) 2^{2x-6} = 4^{3x+1}$$

$$(στ) 2^{3x+5} = 16^x$$

$$(ζ) 3^{x+1} = \frac{1}{27}$$

$$(η) 2^{3x-1} = 4^{x^2}$$

$$(θ) 5^{2x-4} = \left( \frac{1}{25} \right)^{3x+6}$$

$$(ι) 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$(κ) 9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$$

$$(λ) 25^x - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$$