

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2018

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ (48)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Παρασκευή 1/6/2018  
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.  
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ που αποτελείται από  
τρεις (3) σελίδες.  
Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε την παράγωγο  $\frac{dy}{dx}$  της συνάρτησης  $y = 3x^3 - 7x + 5$
2. Οι ψηλότερες ημερήσιες θερμοκρασίες, σε βαθμούς Κελσίου, που καταγράφηκαν τις δέκα (10) τελευταίες μέρες του Μαΐου στη Λευκωσία ήταν:  
31, 35, 38, 39, 40, 39, 37, 32, 30, 29  
Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των θερμοκρασιών αυτών.
3. Να βρείτε το ολοκλήρωμα  $\int (4x^4 + x^2 - 3x + 7) dx$
4. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο  $K(-3, 4)$  και ακτίνα  $R = 6$ .
5. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 4x}{5x - 2x^2}$
6. Δίνονται τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6  
(α) Να βρείτε το πλήθος των τετραψήφιων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν από τα πιο πάνω ψηφία, αν δεν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίου.  
(β) Να βρείτε πόσοι από τους πιο πάνω αριθμούς είναι μεγαλύτεροι από 4000.
7. Να βρείτε τα σημεία καμπής της καμπύλης με εξίσωση  $y = x^4 - 2x^3 + x - 1$

8. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  ενός πειράματος τύχης με  $P(A) = \frac{2}{9}$ ,  $P(B') = \frac{3}{8}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

- (α)  $P(A')$   
(β)  $P(A \cup B)$   
(γ)  $P(B/A)$

9. Από ένα τμήμα 12 μαθητών πρόκειται να επιλεγεί μια πενταμελής ομάδα για να εκπροσωπήσει το σχολείο σε ένα Συνέδριο.  
(α) Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί η πενταμελής ομάδα χωρίς κανένα περιορισμό.  
(β) Να βρείτε σε πόσες από τις πιο πάνω ομάδες δύο συγκεκριμένα άτομα δεν είναι μαζί.

10. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση  $y^2 - 2x^2 = 2$

- (α) Να δείξετε ότι  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y}$   
(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με  $x = 1$  και  $y > 0$ .

## ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

## ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄:** Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των σχεδίων που έχουν παραδώσει οι 22 μαθητές ενός τμήματος Γραφικών Τεχνών, τη φετινή σχολική χρονιά.

Αριθμός σχεδίων ( $x_i$ )	0	1	2	3	4	5
Αριθμός μαθητών ( $f_i$ )	2	7	6	4	2	1

Να βρείτε:

- (α) Την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων.  
(β) Τη διάμεσο των παρατηρήσεων.  
(γ) Τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.  
(δ) Την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

2. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες των συντεταγμένων, τις ασύμπτωτες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης και στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

3. Δίνεται η συνάρτηση  $y = 2x \cdot \sin x$

Να δείξετε ότι:

(α)  $\frac{dy}{dx} = 2(\sin x - x \cdot \eta\mu x)$

(β)  $\frac{d^2y}{dx^2} + y = -4\eta\mu x$

4. Δίνεται η λέξη **ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ**.

(α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

(β) Επιλέγεται τυχαία ένας από τους αναγραμματισμούς της πιο πάνω λέξης.  
Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

Γ: «Ο αναγραμματισμός να αρχίζει από **A** και να τελειώνει σε **A**».

Δ: «Ο αναγραμματισμός να έχει όλα τα σύμφωνα σε συνεχόμενες θέσεις».

5. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση  $u = x + 1$ , ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 \frac{x}{(x+1)^3} dx$

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**