

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2022

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 24 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο το οποίο
αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int (x^3 + 3x^2 - 4x + 5)dx$.

A2. Δίνεται ο αριθμός των λίτρων νερού που καταναλώνουν 9 υπάλληλοι μιας εταιρείας σε μία βδομάδα:

15, 20, 15, 22, 17, 21, 18, 20, 21

- (α) Να υπολογίσετε τα τεταρτημόρια Q_1, Q_2, Q_3 . (3 μον.)
(β) Να υπολογίσετε το εύρος και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των παρατηρήσεων. (2 μον.)

A3. Να υπολογίσετε πόσους διαφορετικούς τριψήφιους αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία του συνόλου

$$A = \{0,1,2,4,5,6,8\},$$

αν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίου.

A4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + \beta x^2 - 9x + 1$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ με $\alpha \neq 0$.

Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β , αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = 3$ και σημείο καμπής στο $x = 1$.

- A5.** Το κέρδος P από την μηνιαία πώληση x τόνων ενός προϊόντος, σε χιλιάδες ευρώ, δίνεται από τη συνάρτηση:

$$P(x) = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{8}{5}x - 3, \quad 4 < x < 28$$

Να υπολογίσετε:

- (α) την μηνιαία πώληση σε τόνους, ώστε το κέρδος P να είναι το μέγιστο δυνατό, **(3 μον.)**
(β) το μέγιστο δυνατό κέρδος.

(2 μον.)

- A6.** Γύρω από ένα κυκλικό τραπέζι θα καθίσουν 10 άτομα, μεταξύ των οποίων βρίσκονται ο Μάριος, η Έλενα και η μητέρα τους Γεωργία. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν τα 10 άτομα αν:

- (α) δεν υπάρχει περιορισμός,
(β) μεταξύ του Μάριου και της Έλενας θα κάθεται η μητέρα τους Γεωργία.

- A7.** Ένας κώνος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας διπλάσιο του εμβαδού της βάσης του. Αν το ύψος του είναι $4\sqrt{3}$ cm, να υπολογίσετε τον όγκο του.

- A8.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 20$, $x \in \mathbb{R}$.

- (α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της f και να τα χαρακτηρίσετε.

(3 μον.)

- (β) Να βρείτε την ολικά μέγιστη και ολικά ελάχιστη τιμή της f στο διάστημα $[-2,3]$.

(2 μον.)

- A9.** Δίνεται η λέξη ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ.

- (α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

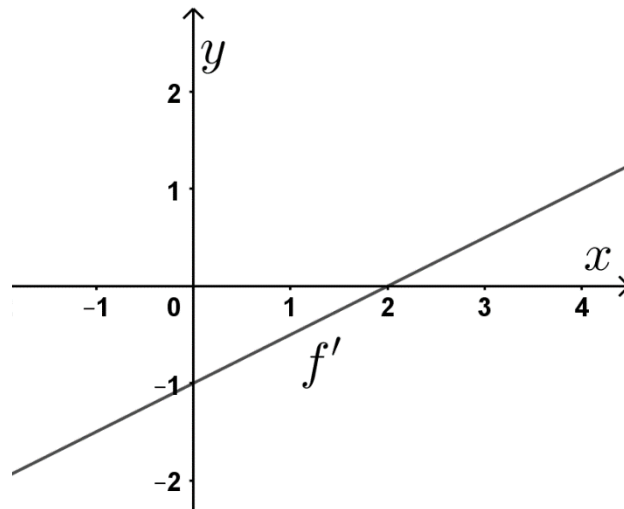
(2 μον.)

- (β) Πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς:

- i. έχουν τα φωνήεντα συνεχόμενα;
ii. αρχίζουν με τη λέξη ΝΕΑ και περιέχουν τη λέξη ΓΗ;

(3 μον.)

A10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται μια ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της παραγώγου (f') μιας συνάρτησης f .



- (α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (2 μον.)
- (β) Να βρείτε τη θέση του τοπικού ακροτάτου της f και να το χαρακτηρίσετε. (1 μον.)
- (γ) Να βρείτε τον τύπο της f , αν η γραφική παράσταση της f περνά από το σημείο $M\left(1, \frac{1}{4}\right)$. (2 μον.)

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΥΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = x^3 + 3x^2$$

- (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της και τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων. **(2 μον.)**
- (β) Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς:
- i. την μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα, **(3 μον.)**
 - ii. την κυρτότητα και τα σημεία καμπής, **(2 μον.)**
 - iii. τη συμπεριφορά της στα άκρα του πεδίου ορισμού της. **(1 μον.)**
- (γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης. **(2 μον.)**

B2. Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα χρήματα, σε ευρώ, που ξόδεψαν δύο παιδιά στις οκτώ μέρες των διακοπών τους.

Ημέρα	Παιδί (x_i)	Παιδί (y_i)
1 ^η	19	18
2 ^η	19	16
3 ^η	17	18
4 ^η	14	13
5 ^η	13	14
6 ^η	20	18
7 ^η	11	10
8 ^η	15	13

- (α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς. **(3 μον.)**
- (β) Να υπολογίσετε τον γραμμικό συντελεστή συσχέτισης. **(6 μον.)**
- (γ) Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. **(1 μον.)**

B3. Σε ένα δοχείο υπάρχουν 20 μπάλες, αριθμημένες από το 1 μέχρι το 20.

- (α) Παίρνουμε 5 μπάλες από το δοχείο, χωρίς να μας ενδιαφέρει η σειρά επιλογής. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η επιλογή αν:
- i. δεν υπάρχει περιορισμός,
 - ii. πάρουμε μόνο μπάλες με άρτιο αριθμό,
 - iii. πάρουμε το πολύ 2 μπάλες με άρτιο αριθμό,
 - iv. πάρουμε τις μπάλες με τους αριθμούς 10 και 19 και όχι την μπάλα με τον αριθμό 1.
- (8 μον.)**
- (β) Να υπολογίσετε με πόσους τρόπους μπορούμε να πάρουμε 7 μπάλες από το δοχείο, 3 μπάλες με άρτιο αριθμό και 4 μπάλες με περιττό αριθμό και να τις τοποθετήσουμε σε σειρά, έτσι ώστε οι μπάλες με περιττό αριθμό και οι μπάλες με άρτιο αριθμό να είναι εναλλάξ. **(2 μον.)**

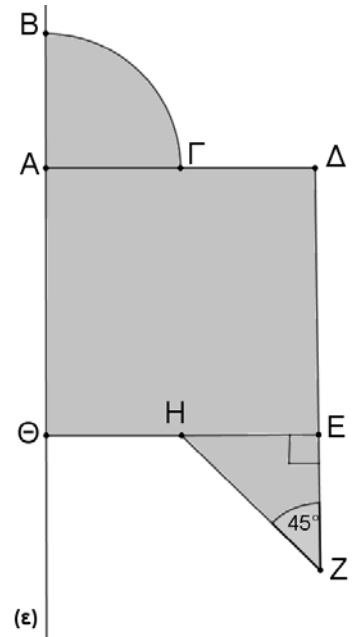
- B4.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο $AΔΕΘ$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνα $AΓ = 2\text{cm}$, γράφουμε τόξο $BΓ$ έξω από το $AΔΕΘ$. Τα σημεία $Γ$ και H είναι τα μέσα των πλευρών $AΔ$ και $ΘE$ αντίστοιχα. Το τρίγωνο HEZ είναι ορθογώνιο με $H\hat{E}Z = 90^\circ$ και $E\hat{Z}H = 45^\circ$.

Το σκιασμένο χωρίο $(BΓΔΖHΘB)$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία $(ε)$.

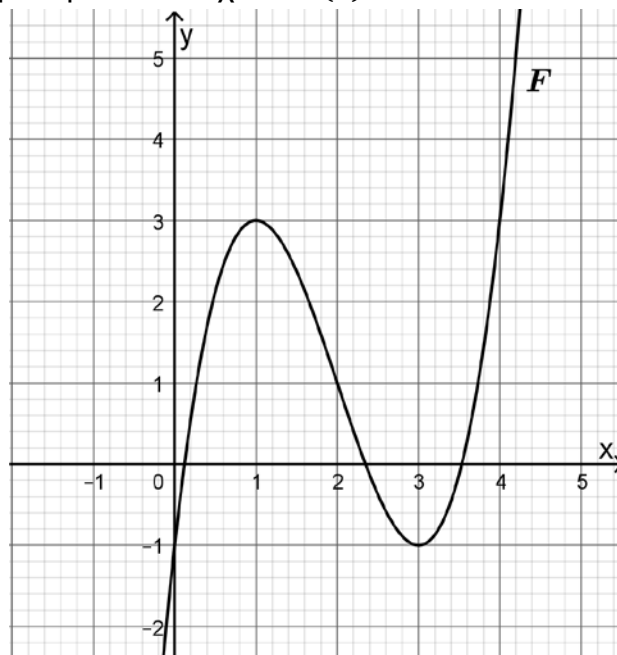
Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και
(6 μον.)

- (β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.
(4 μον.)



- B5.** Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση της τρίτου βαθμού πολυωνυμικής συνάρτησης F για την οποία ισχύει $F''(2) = 0$.



- (α) Να μελετήσετε την συνάρτηση F :
- i. ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατά της (3 μον.)
 - ii. ως προς την κυρτότητα και το σημείο καμπής της. (3 μον.)
- (β) Αν ισχύει ότι $\int f(x)dx = F(x) + c$,
- i. να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τη θέση του τοπικού ακρότατού της και να το χαρακτηρίσετε, (3 μον.)
 - ii. να μελετήσετε ως προς την κυρτότητα και τα σημεία καμπής την συνάρτηση f . (1 μον.)