

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2015

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΛΥΣΕΙΣ

Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 04 Ιουνίου 2015

08:00 – 10:30

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε επτά (7) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο τετράδιο απαντήσεων.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Δίνεται τυπολόγιο (σελίδες 6 και 7)

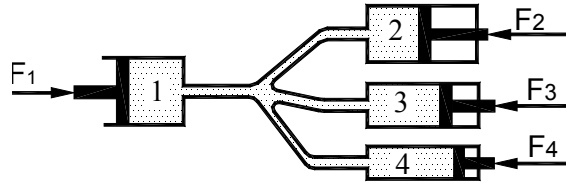
ΜΕΡΟΣ Α: - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να γράψετε τη σωστή απάντηση.

1. Στο υδραυλικό σύστημα που φαίνεται πιο κάτω, τα έμβολα έχουν σταθεροποιηθεί στις θέσεις που φαίνονται στο σχήμα 1. Η σχέση μεταξύ των διαμέτρων των εμβόλων είναι $D_1 > D_2 > D_3 > D_4$. Η ορθή σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκούνται στα έμβολα 1, 2, 3 και 4 είναι:

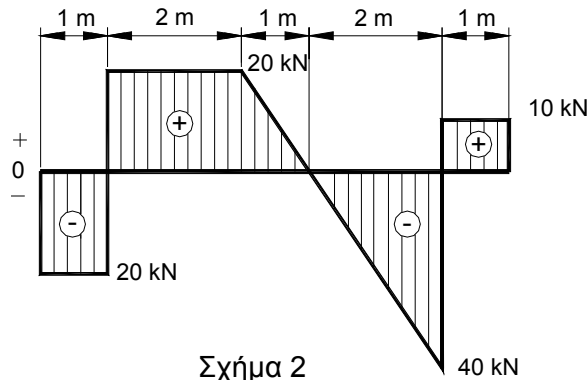
- (α) $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$
- (β) $F_1 > F_2 > F_3 > F_4$
- (γ) $F_1 < F_2 < F_3 < F_4$
- (δ) $F_1 < F_4 < F_3 < F_2$



Σχήμα 1

2. Στο σχήμα 2 δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων δοκού μήκους 7 m. Η μέγιστη ροπή κάμψης M_{bmax} είναι:

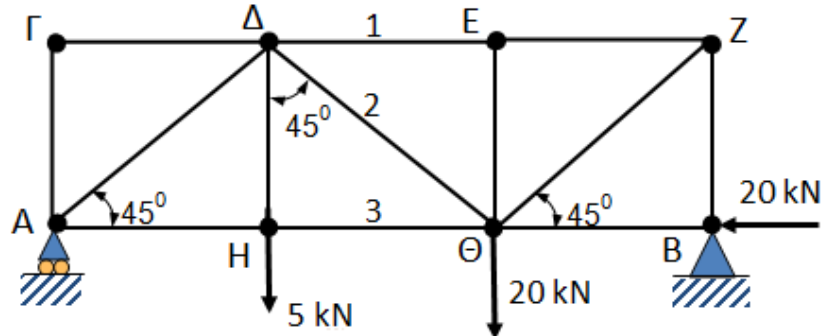
- (α) $M_{bmax} = 10 \text{ kNm}$
- (β) $M_{bmax} = 20 \text{ kNm}$
- (γ) $M_{bmax} = 60 \text{ kNm}$
- (δ) $M_{bmax} = 30 \text{ kNm}$



Σχήμα 2

3. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 3 οι ράβδοι που δεν καταπονούνται είναι:

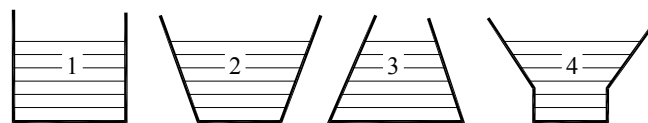
- (α) ΑΓ, ΓΔ και ΕΘ
- (β) ΑΔ, ΓΔ και ΕΘ
- (γ) ΒΖ, ΓΔ και ΒΘ
- (δ) ΑΓ, ΗΔ και ΗΘ



Σχήμα 3

4. Τα τέσσερα δοχεία του σχήματος 4 περιέχουν υγρό διαφορετικής πυκνότητας ρ_1, ρ_2, ρ_3 και ρ_4 . Αν $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$, η ορθή σχέση μεταξύ των πιέσεων που ασκούνται στον πυθμένα των δοχείων είναι:

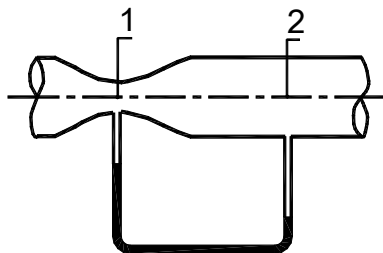
- (α) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$
- (β) $P_1 < P_2 < P_3 < P_4$
- (γ) $P_1 < P_3 < P_2 < P_4$
- (δ) $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$



Σχήμα 4

5. Στο σχήμα 5 φαίνεται τμήμα αγωγού μέσα στον οποίο ρέει νερό.
Για τις θέσεις 1 και 2 ισχύει:

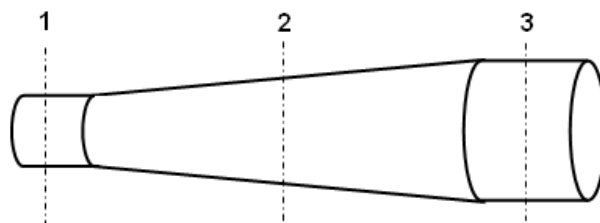
- (α) Η παροχή στη θέση 1 είναι μικρότερη από την παροχή στη θέση 2
 (β) Η παροχή στη θέση 1 είναι μεγαλύτερη από την παροχή στη θέση 2
 (γ) Η ταχύτητα του νερού στη θέση 1 είναι μικρότερη από την ταχύτητα στη θέση 2
 (δ) Η στατική πίεση στη θέση 1 είναι μικρότερη από εκείνη στη θέση 2



Σχήμα 5

6. Στο σχήμα 6 φαίνεται ένας αγωγός μέσα από τον οποίο ρέει νερό. Η ορθή σχέση μεταξύ της παροχής Q_1 , Q_2 , και Q_3 , στις διατομές 1, 2 και 3 του αγωγού είναι:

- (α) $Q_2 > Q_1 > Q_3$
 (β) $Q_1 > Q_2 > Q_3$
 (γ) $Q_1 = Q_2 = Q_3$
 (δ) $Q_1 < Q_2 < Q_3$



Σχήμα 6

7. Να υπολογίσετε τη θερμότητα Q που απαιτείται για την αύξηση της θερμοκρασίας νερού μάζας $m = 25 \text{ kg}$ από 20°C σε 100°C .
(η ειδική θερμοχωρητικότητα του νερού είναι $c = 4200 \text{ J/kg K}$)

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta = 25 \cdot 4200 \cdot 80 = 8400000 \text{ J}$$

$$Q = 8400 \text{ kJ}$$

8. Συρματόσχοινο έχει μήκος $\ell = 50 \text{ m}$. Να υπολογίσετε την αύξηση του μήκους του $\Delta \ell$ όταν η θερμοκρασία του αυξηθεί κατά 40°C και ο συντελεστής γραμμικής διαστολής του $\alpha = 17 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

$$\Delta \ell = \alpha \cdot \ell \cdot \Delta \theta$$

$$\Delta \ell = 17 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 40$$

$$\Delta \ell = 0,034 \text{ m}$$

$$\Delta \ell = 34 \text{ mm}$$

9. Να υπολογίσετε το ελάχιστο πλάτος δοκού, ορθογωνικής διατομής ύψους $h = 250 \text{ mm}$, όταν η μέγιστη ροπή κάμψης που ασκείται στη δοκό $M_{b\max} = 200 \text{ kNm}$ και η μέγιστη καμπτική τάση $\sigma_{\max} = 120 \text{ N/mm}^2$.

$$M_{b\max} = 200 \text{ kNm} = 200 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\frac{M_{b_{\max}}}{I} = \frac{\sigma}{y} \Rightarrow I = \frac{M_{b_{\max}} \cdot y}{\sigma} = \frac{200 \cdot 125 \cdot 10^6}{120} = 208,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \Rightarrow b = \frac{I \cdot 12}{h^3} = \frac{208,33 \cdot 10^6 \cdot 12}{250^3} = 160 \text{ mm}$$

10. Από σωλήνα διαμέτρου $d = 200 \text{ mm}$ ρέει νερό με ταχύτητα $= 0,5 \text{ m/s}$, να υπολογίσετε:

(α) την παροχή Q του σωλήνα και

(β) το χρόνο που χρειάζεται για να γεμίσει δεξαμενή χωρητικότητας $V = 50 \text{ m}^3$.

$$(α) A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 0,1^2 = 0,0314 \text{ m}^2$$

$$Q = A \cdot u = 0,0314 \cdot 0,5 = 0,0157 \text{ m}^3/\text{s}$$

(β)

$$Q = \frac{V}{t} \Rightarrow t = \frac{V}{Q} = \frac{50}{0,0157} = 3184,71 \text{ s}$$

$$t = 53,8 \text{ min}$$

11. Σε άτρακτο διαμέτρου $D = 60 \text{ mm}$ ασκείται στρεπτική ροπή $M_t = 10 \text{ kNm}$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη διατμητική τάση.

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G\theta}{\ell} \Rightarrow \tau_{\max} = \frac{M_t \cdot r}{J}$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 60^4}{32} = 1,27 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\tau_{\max} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 30}{1,27 \cdot 10^6} = 236,22 \text{ N/mm}^2$$

12. Ένα αέριο έχει όγκο $V_1 = 150 \text{ cm}^3$ υπό πίεση $P_1 = 10^5 \text{ Pa}$ και θερμοκρασία $\theta_1 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$. Να υπολογίσετε τον νέο όγκο του αερίου V_2 , όταν η πίεση του γίνει $P_2 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ και η θερμοκρασία του $\theta_2 = 62 \text{ }^\circ\text{C}$.

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot P_2}$$

$$T_1 = 273 + 22 = 295 \text{ K}$$

$$T_2 = 273 + 62 = 335 \text{ K}$$

$$V_2 = \frac{10^5 \cdot 150 \cdot 335}{295 \cdot 2 \cdot 10^5} = 85,17 \text{ cm}^3$$

ΜΕΡΟΣ Β: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Άξονας με διάμετρο $D = 200 \text{ mm}$ περιστρέφεται με $n = 60 \text{ rpm}$. Αν η μέγιστη τάση διάτμησης στον άξονα $\tau_{\max} = 100 \text{ N/mm}^2$, να υπολογίσετε:

- (α) τη μέγιστη ροπή στρέψης M_t
 (β) την ισχύ P που μεταφέρει ο άξονας.

(α)

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\max}}{r} = \frac{G\theta}{\ell} \Rightarrow M_t = \frac{\tau_{\max} \cdot J}{r}$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi \cdot 200^4}{32} = 157 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_t = \frac{100 \cdot 157 \cdot 10^6}{100} = 157 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$M_t = 157 \text{ kNm}$$

(β) $P = M_t \cdot \omega \quad \omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 6,28 \text{ rad/s}$

$$P = M_t \cdot \omega = 157 \cdot 10^3 \cdot 6,28 = 985,96 \cdot 10^3 \text{ W}$$

$$P = 985,96 \text{ kW}$$

14. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 7, να υπολογίσετε με τη μέθοδο των τομών στις εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1, 2, 3 και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους

$$\Sigma M_{\Gamma} = 0$$

$$15 \cdot 3 + F_3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_3 = -15 \text{ kN} \text{ (ΘΛΙΨΗ)}$$

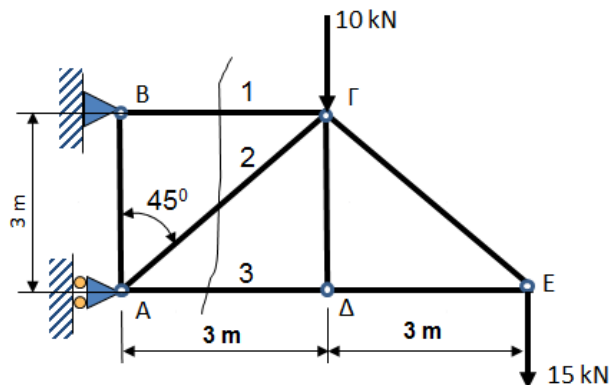
$$\Sigma M_A = 0$$

$$15 \cdot 6 + 10 \cdot 3 - F_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_1 = 40 \text{ kN} \text{ (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ)}$$

$$\Sigma M_{\Delta} = 0$$

$$15 \cdot 3 - F_2 \cdot 3 \eta \mu 45^\circ - F_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_2 = 15 \cdot 3 - 40 \cdot 3 \eta \mu 45^\circ$$

$$F_2 = -35,35 \text{ kN} \text{ (ΘΛΙΨΗ)}$$



Σχήμα 7

15. Οι αγωγοί A και B που φαίνονται στο σχήμα 8 μεταφέρουν το ίδιο υγρό πυκνότητας $\rho_u = 800 \text{ kg/m}^3$. Αν η πυκνότητα του μανομετρικού υγρού είναι $\rho_\mu = 13600 \text{ kg/m}^3$, να υπολογίσετε τη διαφορά πίεσης μεταξύ των δύο αγωγών.

$$P_2 = P_3$$

$$P_2 = P_A + \rho_\mu g h + \rho_u g (h_1 - h)$$

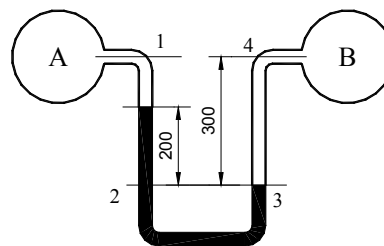
$$P_3 = P_B + \rho_u g h_1$$

$$P_B + \rho_u g h_1 = P_A + \rho_\mu g h + \rho_u g (h_1 - h)$$

$$P_B - P_A = \rho_\mu g h - \rho_u g h \quad P_B - P_A = g h (\rho_\mu - \rho_u)$$

$$P_B - P_A = 9,81 \times 0,2 (13600 - 800)$$

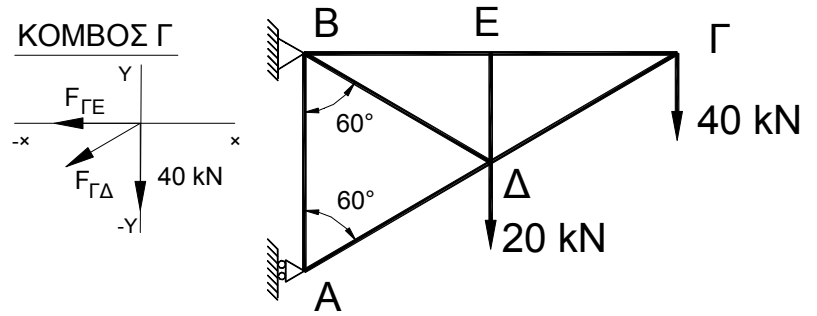
$$P_B - P_A = 25113,6 \text{ Pa}$$



Σχήμα 8

16. Για το δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 9 να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη του κόμβου Γ, και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.

$$\begin{aligned} \Sigma F_{\psi} &= 0 \\ -40 - F_{\Gamma\Delta} \cdot \eta\mu 30 &= 0 \\ F_{\Gamma\Delta} &= -80 \text{ kN (ΘΛΙΨΗ)} \\ \Sigma F_{\chi} &= 0 \\ -F_{E\Gamma} - F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 &= 0 \\ F_{E\Gamma} &= -F_{\Gamma\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 30 = -(-80) \cdot \sigma\upsilon\nu 30 \\ F_{E\Gamma} &= 69,28 \text{ kN (ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ)} \end{aligned}$$



Σχήμα 9

ΜΕΡΟΣ Γ: - Δύο (2) ερωτήσεις.

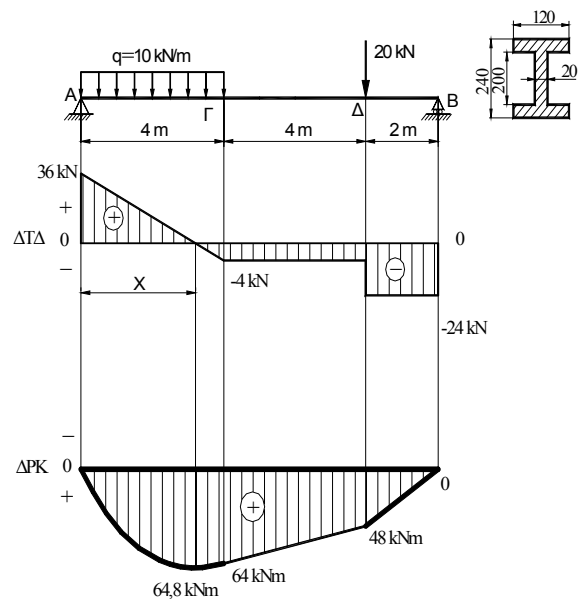
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες

17. Για τη δοκό που φαίνεται στο σχήμα 10 να υπολογίσετε:

- (α) τις αντιδράσεις R_A και R_B
- (β) τις τέμνουσες δυνάμεις σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα τέμνουσών δυνάμεων ($\Delta T\Delta$)
- (γ) τις ροπές κάμψης σε κάθε σημείο της δοκού και να σχεδιάσετε το διάγραμμα ροπών κάμψης ($\Delta P\kappa$)
- (δ) τη μέγιστη τάση κάμψης.

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\begin{aligned} \Sigma M_A &= 0 \\ 10 \cdot 4 \cdot 2 + 20 \cdot 8 - R_B \cdot 10 &= 0 \Rightarrow R_B = \frac{80 + 160}{10} = 24 \text{ kN} \\ \Sigma M_B &= 0 \\ R_A \cdot 10 - 10 \cdot 4 \cdot 8 - 20 \cdot 2 &= 0 \Rightarrow R_A = \frac{320 + 40}{10} = 36 \text{ kN} \\ \Sigma F_y &= 0 \\ R_A + R_B - 10 \cdot 4 - 20 &= 0 \\ 36 + 24 - 40 - 20 &= 0 \end{aligned}$$



(β) Υπολογισμός τέμνουσών δυνάμεων

$$\begin{aligned} T_{\Delta(A-\Gamma)} &= 36 - 10 \cdot x \\ x = 0 \quad 36 - 10 \cdot 0 &= 36 \text{ kN} \\ x = 4 \quad 36 - 10 \cdot 4 &= -4 \text{ kN} \\ T_{\Delta(\Gamma-\Delta)} &= 36 - 40 = -4 \text{ kN} \\ T_{\Delta(\Delta-B)} &= 36 - 40 - 20 = -24 \text{ kN} \\ T_{\Delta_x} = 0 \quad T_{\Delta_x} = 36 - 10 \cdot x = 0 &\Rightarrow 10 \cdot x = 36 \\ x &= 3,6 \text{ m} \end{aligned}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$PK_{(A-\Gamma)} = 36 \cdot x - 10x \cdot \frac{x}{2} = 36 \cdot x - 5x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow PK_A = 0$$

$$x = 3,6 \text{ m} \Rightarrow PK_x = 36 \cdot 3,6 - 5 \cdot 3,6^2 = 64,8 \text{ kNm}$$

$$x = 4 \text{ m} \Rightarrow PK_\Gamma = 36 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 64 \text{ kNm}$$

$$PK_\Delta = 36 \cdot 8 - 10 \cdot 4 \cdot 6 = 48 \text{ kNm}$$

$$PK_B = 0$$

$$(\delta) \frac{M_b}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b \max} = \frac{M_{b \max} \cdot y_{\max}}{I}$$

$$M_{b \max} = 64,8 \text{ kNm}$$

$$M_{b \max} = 64,8 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$y_{\max} = 120 \text{ mm}$$

$$I = I_1 - 2I_2 = \frac{120 \cdot 240^3}{12} - 2 \frac{50 \cdot 200^3}{12} = 71,573 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{64,8 \cdot 10^6 \cdot 120}{71,573 \cdot 10^6} = 108,64 \text{ N/mm}^2$$

18. Σε ελαφρό άξονα τοποθετείται χαλύβδινος δίσκος διαμέτρου $d = 0,3 \text{ m}$ και μάζας $m = 60 \text{ kg}$. Να υπολογίσετε:

(α) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου I

(β) Τη ροπή στρέψης M_t που χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτό για να επιταχυνθεί και περιστραφεί από $n_1 = 60 \text{ rpm}$ σε $n_2 = 300 \text{ rpm}$ σε χρόνο $t = 4 \text{ s}$, αν η ροπή στρέψης λόγω τριβής είναι $M_{\text{tfr}} = 2 \text{ Nm}$

(γ) Αν στη συνέχεια η ροπή στρέψης M_t σταματήσει να ενεργεί πάνω στον άξονα, να υπολογίσετε το χρόνο t που χρειάζεται για να σταματήσουν να περιστρέφονται ο άξονας και ο δίσκος.

$$(\alpha) I = \frac{m \cdot d^2}{8} = \frac{60 \cdot 0,3^2}{8} = 0,675 \text{ kgm}^2$$

$$(\beta) \omega_1 = \frac{2\pi \cdot n_1}{60} = \frac{2\pi \cdot 60}{60} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot n_2}{60} = \frac{2\pi \cdot 300}{60} = 10\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 6,28 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 31,4 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha t$$

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{31,4 - 6,28}{4} = 6,28 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha = 0,675 \cdot 6,28 = 4,239 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = M - M_{\text{tfr}} = 4,239$$

$$M = 4,239 + 2 = 6,239 \text{ Nm}$$

$$(\gamma) \omega_1 = 31,4 \text{ rad/s} \quad \omega_2 = 0$$

$$M_{\text{tfr}} = I \cdot a \Rightarrow a = \frac{M_{\text{tfr}}}{I} = \frac{2}{0,675} = 2,963 \text{ rad/s}^2, \quad \omega_2 = \omega_1 - \alpha t \quad t = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\alpha} = \frac{31,4}{2,963} = 10,6 \text{ s}$$