

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ (I) ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΛΥΣΕΙΣ

**Μάθημα: Εφαρμοσμένη Μηχανική Επιστήμη
Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 26 Μαΐου 2016
08:00 – 10:30**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρία μέρη (Α, Β, Γ) σε δεκατρείς (13) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις

Όλες οι ερωτήσεις να απαντηθούν στο εξεταστικό δοκίμιο.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Δίνεται τυπολόγιο.

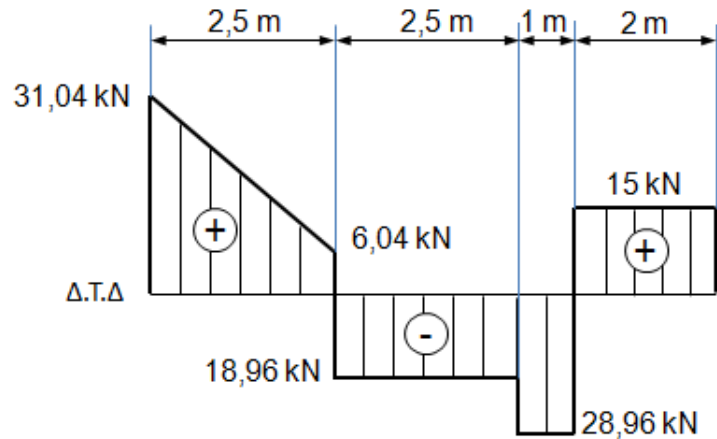
ΜΕΡΟΣ Α: - Δώδεκα (12) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με τέσσερις (4) μονάδες.

Για τις ερωτήσεις 1 - 6 να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση.

1. Στο σχήμα 1 δίνεται το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων αμφιέρειστης δοκού μήκους 8 m. Η μέγιστη ροπή κάμψης M_{bmax} είναι:

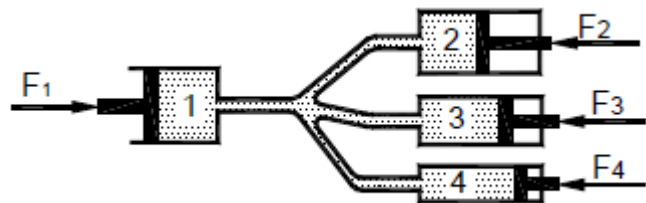
- (α) $M_{bmax} = 30 \text{ kNm}$
(β) $M_{bmax} = 46,35 \text{ kNm}$
(γ) $M_{bmax} = 28,96 \text{ kNm}$
(δ) $M_{bmax} = 40 \text{ kNm}$



Σχήμα 1

2. Στο υδραυλικό σύστημα που φαίνεται στο σχήμα 2, τα έμβολα έχουν σταθεροποιηθεί στις θέσεις που δείχνει το σχήμα. Η σχέση μεταξύ των διαμέτρων των εμβόλων είναι $D_1 > D_2 > D_3 > D_4$. Η ορθή σχέση μεταξύ των πιέσεων που ασκούνται στα έμβολα 1, 2, 3 και 4 είναι:

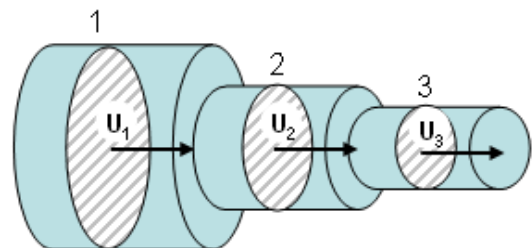
- (α) $P_1 = P_2 = P_3 = P_4$**
(β) $P_1 > P_2 > P_3 > P_4$
(γ) $P_1 = P_2 > P_3 = P_4$
(δ) $P_1 < P_2 < P_3 < P_4$



Σχήμα 2

3. Από τον αγωγό του σχήματος 3 ρέει νερό. Η ορθή σχέση μεταξύ των ταχυτήτων του νερού u_1 , u_2 και u_3 στις διατομές 1, 2 και 3 αντίστοιχα του αγωγού είναι:

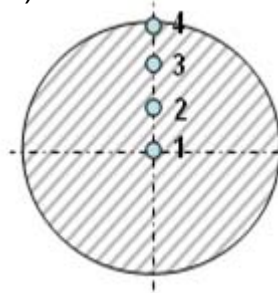
- (α) $u_1 = u_2 = u_3$
(β) $u_1 > u_2 > u_3$
(γ) $u_2 < u_3 < u_1$
(δ) $u_3 > u_2 > u_1$



Σχήμα 3

4. Όταν ένας άξονας καταπονείται σε στρέψη, στην διατομή του αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις. Η σωστή σχέση μεταξύ των διατμητικών τάσεων τ_1 , τ_2 , τ_3 και τ_4 στα σημεία 1,2,3 και 4 αντίστοιχα στη διατομή (Σχήμα 4) είναι:

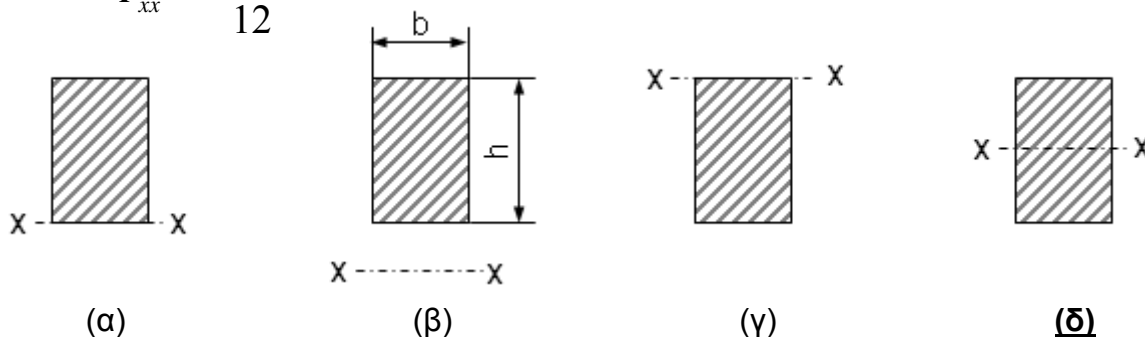
- (α) $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$
 (β) $\tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \tau_4$
(γ) $\tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \tau_4$
 (δ) $\tau_4 < \tau_3 < \tau_2 < \tau_1$



Σχήμα 4

5. Στο σχήμα 5 δίνεται η διατομή δοκού με πλάτος b και ύψος h . Σε ποιο από τα τέσσερα σχεδιαγράμματα η ροπή αδράνειας γύρω από τον άξονα X-X δίνεται από τη σχέση:

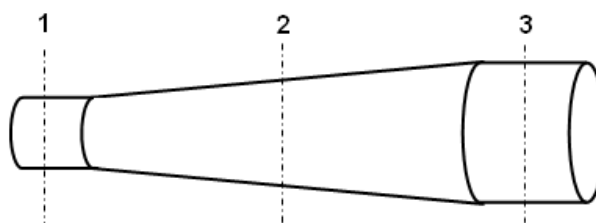
$$I_{xx} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$



Σχήμα 5

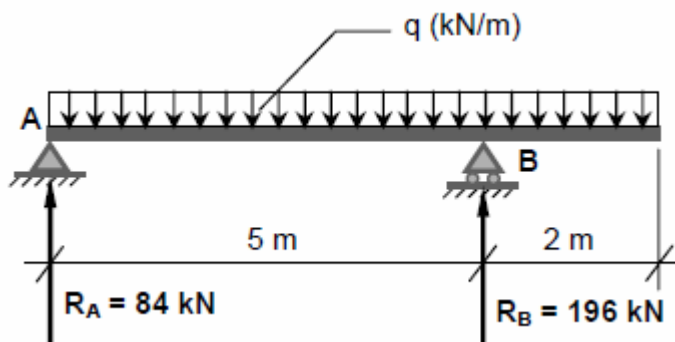
6. Στο σχήμα 6 φαίνεται ένας αγωγός μέσα από τον οποίο ρέει νερό. Η ορθή σχέση μεταξύ της παροχής Q_1 , Q_2 και Q_3 , στις διατομές 1, 2 και 3 του αγωγού είναι:

- (α) $Q_2 > Q_1 > Q_3$
 (β) $Q_1 > Q_2 > Q_3$
(γ) $Q_1 = Q_2 = Q_3$
 (δ) $Q_1 < Q_2 < Q_3$



Σχήμα 6

7. Να υπολογίσετε το μέγεθος του ομοιόμορφα κατανεμημένου φορτίου q (kN/m) που καταπονεί τη δοκό του σχήματος 7.



$$\begin{aligned} \Sigma F_Y &= 0 \\ q \cdot 7 &= R_A + R_B \\ q \cdot 7 &= 84 + 196 \\ q \cdot 7 &= 280 \\ q &= 40 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Σχήμα 7

8. Ο ρότορας ηλεκτρικού μοτέρ έχει μάζα 200 kg και ακτίνα αδράνειας 150 mm. Αν η ροπή στρέψης τριβής είναι 70 Nm, να υπολογίσετε τη ροπή στρέψης που χρειάζεται να εξασκηθεί στο ρότορα για να τον κάνει να περιστρέφεται με 1500 rpm σε χρόνο 6 s από τη στιγμή της εκκίνησής του.

$$m=200 \text{ kg}$$

$$i=0,15 \text{ m}$$

$$M_{\text{tr}}=20 \text{ Nm}$$

$$n_1=0$$

$$n_2=1500 \text{ rpm}$$

$$t=6 \text{ s}$$

$$M_t=;$$

$$\Sigma M = M_t - M_{\text{tr}} \quad \Sigma M = I \cdot \alpha$$

$$I = m \cdot i^2 = 200 \cdot 0,15^2 = 4,5 \text{ kgm}^2$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t}$$

$$\omega_1 = 0, \omega_2 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500}{60} = 157 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{157}{6} = 26,17 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\Sigma M = 4,5 \cdot 26,17 = 117,76 \text{ Nm}$$

$$M_t = \Sigma M + M_{\text{tr}} = 117,76 + 70 = 187,76 \text{ Nm}$$

9. Η ροπή στρέψης σε άτρακτο διαμέτρου $D = 100 \text{ mm}$ και πολικής ροπής αδράνειας $J = 9,8 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ είναι $M_t = 10 \text{ kNm}$. Να υπολογίσετε τη διατμητική τάση τ .

$$D = 100 \text{ mm}$$

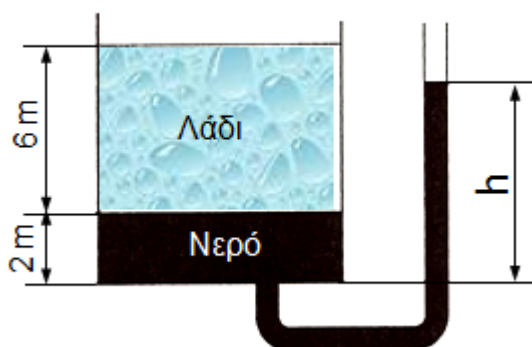
$$J = 9,8 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M_t = 10 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_t}{J} = \frac{\tau_{\text{max}}}{r} = \frac{G\theta}{\ell} \Rightarrow \tau_{\text{max}} = \frac{M_t \cdot r}{J}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 50}{9,8 \cdot 10^6} = 51,02 \text{ N/mm}^2$$

10. Σε ένα ανοικτό ντεπόζιτο νερού (σχήμα 8) υπάρχουν νερό και λάδι. Αν το ύψος του νερού είναι 2 m και του λαδιού 6 m, να υπολογίσετε το ύψος του νερού h , που βρίσκεται στον διάφανο δείκτη του ντεποζιτού, αν η πυκνότητα του λαδιού είναι $\rho_\lambda = 800 \text{ kg/m}^3$ και η πυκνότητα του νερού είναι $\rho_\nu = 1000 \text{ kg/m}^3$.



Σχήμα 8

$$P_1 = P_2$$

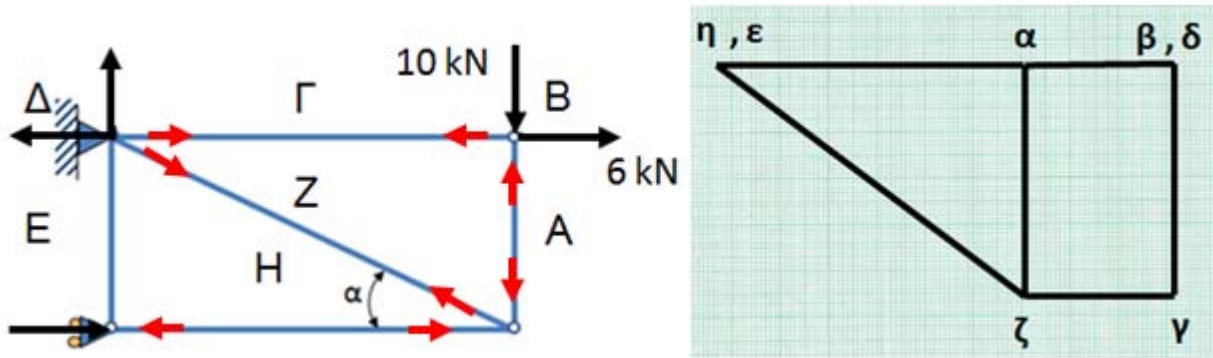
$$\rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu + \rho_\lambda \cdot g \cdot h_\lambda = \rho_\nu \cdot g \cdot h$$

$$h = \frac{\rho_\nu \cdot g \cdot h_\nu + \rho_\lambda \cdot g \cdot h_\lambda}{\rho_\nu \cdot g}$$

$$h = \frac{1000 \cdot 2 + 800 \cdot 6}{1000}$$

$$h = 6,8 \text{ m}$$

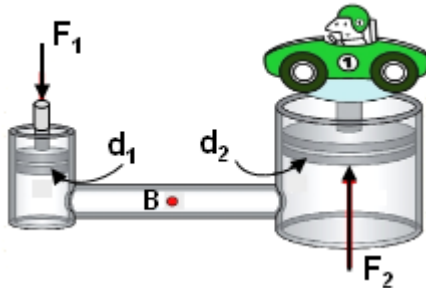
11. Στο επίπεδο δικτύωμα που φαίνεται στο σχήμα 9 δρουν δυο εξωτερικές δυνάμεις $F_1=10 \text{ kN}$ και $F_2=6 \text{ kN}$. Από το δικτύωμα και το διάγραμμα Cremona να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησης για όλες τις ράβδους του δικτυώματος.



Σχήμα 9

Οι ράβδοι ΓΖ και ΖΗ καταπονούνται σε εφελκυσμό
 Οι ράβδοι ΖΑ και ΗΑ καταπονούνται σε θλίψη
 Η ράβδος ΕΗ δεν καταπονείται.

12. Στο σχήμα 10 φαίνεται ένα υδραυλικό πιεστήριο. Αν η διάμετρος του μικρού εμβόλου είναι $d_1 = 20 \text{ cm}$ και η διάμετρος του μεγάλου εμβόλου είναι $d_2 = 50 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τη δύναμη F_1 που χρειάζεται να εφαρμόσουμε στο μικρό έμβολο για να ανυψωθεί φορτίο 10 kN



$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F}{\pi \cdot 0,1^2} = \frac{10}{\pi \cdot 0,25^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{\pi \cdot 0,1^2 \cdot 10}{\pi \cdot 0,25^2}$$

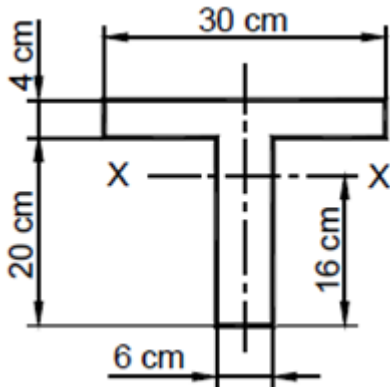
$$F = 1,6 \text{ kN}$$

Σχήμα 10

ΜΕΡΟΣ Β: - Τέσσερις (4) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

13. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της πιο κάτω διατομής δοκού (σχήμα 11), ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα X – X.



Σχήμα 11

$$I_{xx} = I_1 + A_1 \cdot d_1^2 + I_2 + A_2 \cdot d_2^2 \quad A_1 = 30 \cdot 4 = 120 \text{ cm}^2$$

$$I_{xx} = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 + \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 \quad A_2 = 6 \cdot 20 = 120 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = \frac{30 \cdot 4^3}{12} = 160 \text{ cm}^4 \quad d_1 = y_1 - y_0 = 22 - 16 = 6 \text{ cm}$$

$$I_2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{6 \cdot 20^3}{12} = 4000 \text{ cm}^4 \quad d_2 = y_0 - y_2 = 16 - 10 = 6 \text{ cm}$$

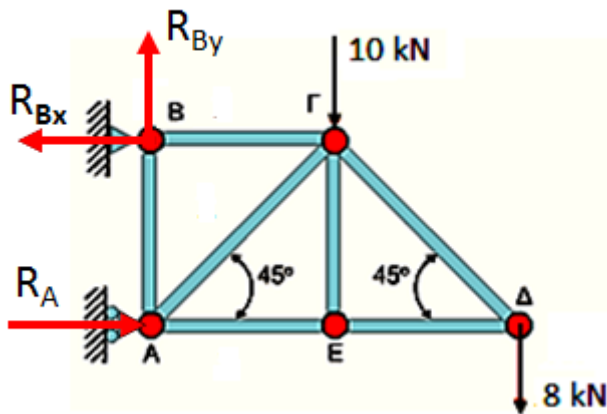
$$I_{xx} = 160 + 120 \cdot 6^2 + 4000 + 120 \cdot 6^2$$

$$I_{xx} = 12800 \text{ cm}^4$$

14. Για το δικτύωμα του σχήματος 12:

(α) Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα.

(β) Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στα στηρίγματα.



Σχήμα 12

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-R_{Bx} \cdot \alpha + 10 \cdot \alpha + 8 \cdot 2\alpha = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{10\alpha + 16\alpha}{\alpha} = 26 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$10 \cdot \alpha + 8 \cdot 2\alpha - R_A \cdot \alpha = 0$$

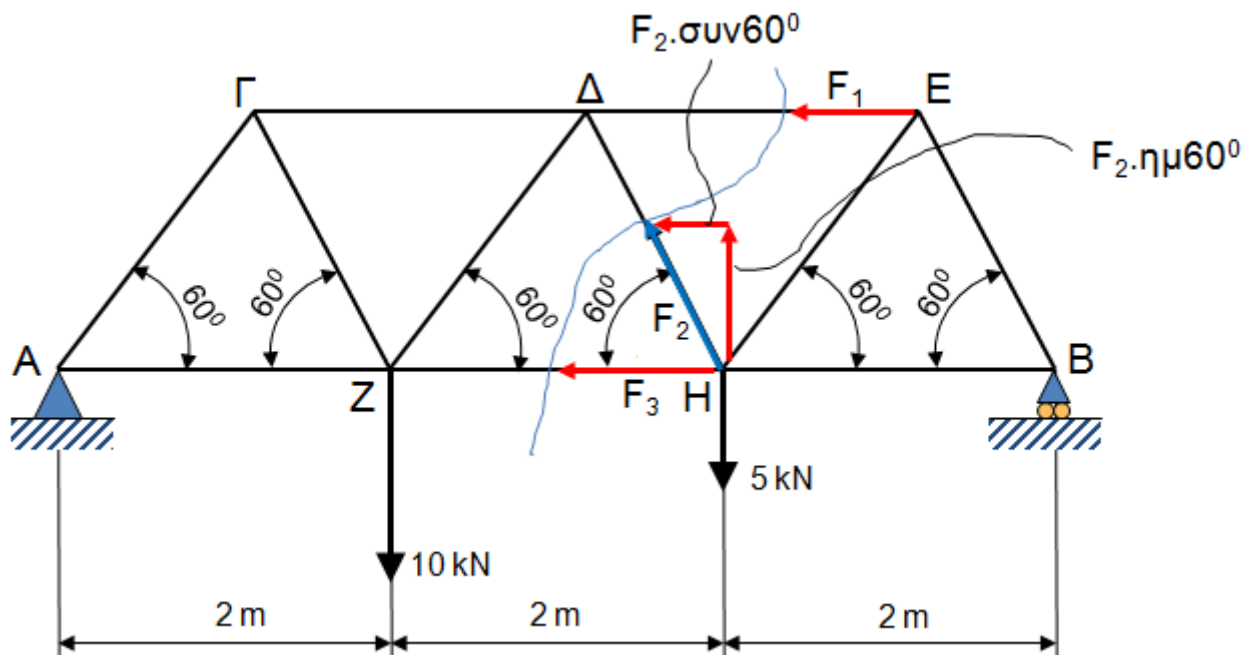
$$R_A = \frac{10\alpha + 16\alpha}{\alpha} = 26 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_{By} - 10 - 8 = 0$$

$$R_{By} = 18 \text{ kN}$$

15. Για το δικτύωμα, σχήμα 13, να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των τομών, τις δυνάμεις που ασκούνται στις ράβδους 1, 2 και 3 και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους.



Σχήμα 13

$$\Sigma M_A = 0$$

$$10 \cdot 2 + 5 \cdot 4 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B = \frac{10 \cdot 2 + 5 \cdot 4}{6} = 6,67 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_\Delta = 0$$

$$F_3 \cdot 2 \sin 60 + 5 \cdot 1 - 6,67 \cdot 3 = 0$$

$$F_3 = \frac{6,67 \cdot 3 - 5}{2 \sin 60}$$

$$F_3 = 8,66 \text{ kN} \quad (\text{Εφελκυσόμενη})$$

$$\Sigma M_H = 0$$

$$-F_1 \cdot 2 \sin 60 - 6,67 \cdot 2 = 0$$

$$F_1 = \frac{-6,67 \cdot 2}{2 \sin 60}$$

$$F_1 = -7,70 \text{ kN} \quad (\text{Θλιβόμενη})$$

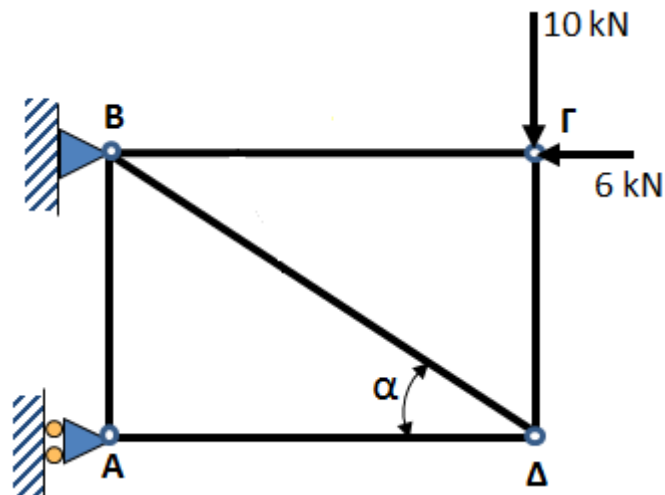
$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_2 \cdot \sin 60 - 5 + 6,67 = 0$$

$$F_2 = \frac{5 - 6,67}{\sin 60}$$

$$F_2 = -1,93 \text{ kN} \quad (\text{Θλιβόμενη})$$

16. Για το δικτύωμα (σχήμα 14), να υπολογίσετε με την αναλυτική μέθοδο των κόμβων, τις δυνάμεις που ασκούνται στα μέλη των κόμβων Δ και Γ του δικτυώματος, και να προσδιορίσετε το είδος της καταπόνησής τους. Δίδεται $A\Delta = 4\text{ m}$ και $\Delta\Gamma = 3\text{ m}$.



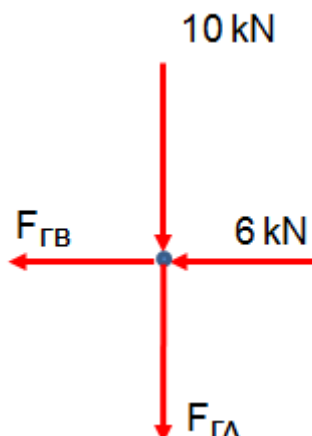
Σχήμα 14

ΚΟΜΒΟΣ Γ

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-10 - F_{\Gamma\Delta} = 0$$

$$F_{\Gamma\Delta} = -10 \text{ kN} \quad (\text{Θλιβόμενη})$$



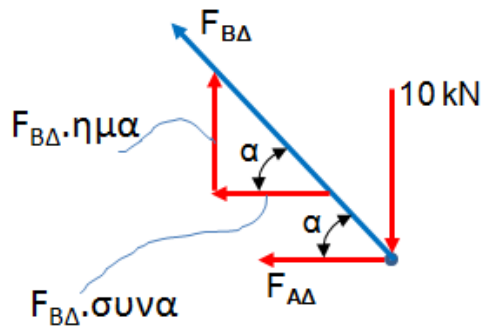
$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{\Gamma B} - 6 = 0$$

$$F_{\Gamma B} = -6 \text{ kN (Θλιβόμενη)}$$

ΚΟΜΒΟΣ Δ

$$\varepsilon\varphi\alpha = \frac{3}{4} = 0,75 \quad \alpha = 36,87^\circ$$



$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_{B\Delta} \cdot \eta\mu 36,87 - 10 = 0$$

$$F_{B\Delta} = \frac{10}{\eta\mu 36,87} = 16,67 \text{ kN (Εφελκυόμενη)}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-F_{B\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 36,87 - F_{A\Delta} = 0$$

$$F_{A\Delta} = -F_{B\Delta} \cdot \sigma\upsilon\nu 36,87 = -16,67 \cdot \sigma\upsilon\nu 36,87$$

$$F_{A\Delta} = -13,33 \text{ kN (Θλιβόμενη)}$$

ΜΕΡΟΣ Γ: - Δύο (2) ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες

17. Για τη δοκό που φαίνεται στο σχήμα 15 να υπολογίσετε:

- (α) Τις αντιδράσεις R_A και R_B .
- (β) Τις τέμνουσες δυνάμεις και να σχεδιάσετε το Δ.Τ.Δ
- (γ) Τις ροπές κάμψης και να σχεδιάσετε το Δ.Ρ.Κ
- (δ) Τη μέγιστη τάση κάμψης

(α) Υπολογισμός αντιδράσεων

$$\Sigma M_A = 0$$

$$20 \cdot 4 \cdot 2 + 50 \cdot 10 - R_B \cdot 7 = 0 \Rightarrow R_B = \frac{160 + 500}{7} = 94,28 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 7 - 20 \cdot 4 \cdot 5 + 50 \cdot 3 = 0 \Rightarrow R_A = \frac{400 - 150}{7} = 35,72 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_A + R_B - 20 \cdot 4 - 50 = 0$$

$$94,28 + 35,72 - 80 - 50 = 0$$

(β) Υπολογισμός τεμνουσών δυνάμεων

$$T_{\Delta(A-\Gamma)} = 35,72 - 20 \cdot x$$

$$x = 0 \quad 35,72 - 20 \cdot 0 = 35,72 \text{ kN}$$

$$x = 4 \quad 35,72 - 20 \cdot 4 = -44,28 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(\Gamma-B)} = 35,72 - 80 = -44,28 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta(B-\Delta)} = 35,72 - 80 + 94,28 = 50 \text{ kN}$$

$$T_{\Delta_{x_1}} = 0 \quad T_{\Delta_{x_1}} = 35,72 - 20 \cdot x_1 = 0 \Rightarrow 20 \cdot x_1 = 35,72$$

$$x = 1,79 \text{ m}$$

(γ) Υπολογισμός ροπών κάμψης

$$PK_{(A-\Gamma)} = 35,72 \cdot x - 20x \cdot \frac{x}{2} = 36 \cdot x - 5x^2$$

$$x = 0 \Rightarrow PK_A = 0$$

$$x_1 = 1,79 \text{ m} \Rightarrow PK_{x_1} = 35,72 \cdot 1,79 - 10 \cdot 1,79^2 = 31,89 \text{ kNm}$$

$$x = 4 \text{ m} \Rightarrow PK_{\Gamma} = 35,72 \cdot 4 - 10 \cdot 4^2 = -17,2 \text{ kNm}$$

$$PK_B = 35,72 \cdot 7 - 20 \cdot 4 \cdot 5 = -150 \text{ kNm}$$

$$PK_{\Delta} = 0$$

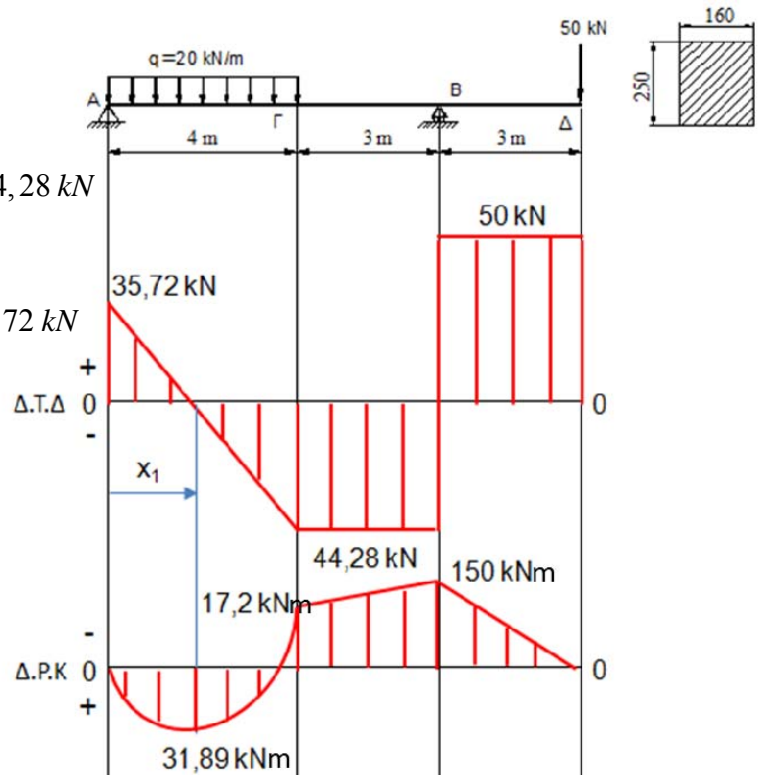
(δ) Υπολογισμός τάσης κάμψης

$$\frac{M_b}{I} = \frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R} \Rightarrow \sigma_{b_{\max}} = \frac{M_{b_{\max}} \cdot y_{\max}}{I}$$

$$M_{b_{\max}} = 150 \text{ kNm}$$

$$y_{\max} = 125 \text{ mm}$$

$$M_{b_{\max}} = 150 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$



Σχήμα 15

$$I = \frac{160 \cdot 250^3}{12} = 208,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{150 \cdot 10^6 \cdot 125}{208,33 \cdot 10^6} = 90 \text{ N/mm}^2$$

18. Σε σχετικά ελαφρό άξονα τοποθετείται τουρπίνα της οποίας ο ρότορας έχει μάζα 2000 kg και ακτίνα αδράνειας 600 mm. Αν για να εκκινήσει ο ρότορας και να φθάσει στις 3000 rpm σε 5 min χρειάζεται να εξασκηθεί σ' αυτό ροπή στρέψεως $M_t = 1000 \text{ Nm}$, να υπολογίσετε :

(α) Τη ροπή στρέψεως τριβής M_{tfr} και

(β) Το χρόνο t που χρειάζεται για να σταματήσει όταν διακοπεί η παροχή ατμού.

$m = 2000 \text{ kg}$

$i = 600 \text{ mm}$

$n = 3000 \text{ rpm}$

$t = 5 \text{ min}$

$M_t = 1000 \text{ Nm}$

$M_{tfr} = ;$

$t = ;$

(α) $\Sigma M = M_t - M_{tfr} \quad \Sigma M = I \cdot \alpha$

$$I = m \cdot i^2 = 2000 \cdot 0,6^2 = 720 \text{ kgm}^2$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 3000}{60} = 314 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = \omega_1 + at \quad \omega_1 = 0 \Rightarrow a = \frac{\omega_2}{t} = \frac{314}{300} = 1,047 \text{ rad/s}^2$$

$$\Sigma M = I \cdot \alpha = 720 \cdot 1,047 = 753,84 \text{ Nm}$$

$$M_{tfr} = M_t - \Sigma M = 1000 - 753,84 = 246,16 \text{ Nm}$$

(β)

$$M_{tfr} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{M_{tfr}}{I} = \frac{246,16}{720}$$

$$\alpha = 0,342 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_2 = \omega_1 - at \quad \omega_2 = 0 \Rightarrow t = \frac{\omega_1}{a} = \frac{314}{0,342}$$

$$t = 918,13 \text{ s} \quad t = 15,3 \text{ min}$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ