

## ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

### ΔΟΜΗ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ ΚΑΙ ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ

Διάρκεια εξέτασης: **Τρεις (3) ώρες**

Δομή εξεταστικού δοκιμίου και επιμέρους βαθμολογία:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

Το ΜΕΡΟΣ Α΄ περιλαμβάνει 10 θέματα και το ΜΕΡΟΣ Β΄ περιλαμβάνει 5 θέματα.

Κάθε θέμα του ΜΕΡΟΥΣ Α΄ βαθμολογείται με 5 μονάδες ενώ κάθε θέμα του

ΜΕΡΟΥΣ Β΄ βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Οι υποψήφιοι πρέπει να λύσουν και τα 15 θέματα.

**Σημειώσεις:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Θα χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.

### Γενικές παρατηρήσεις:

1. Επειδή η φύση του μαθήματος είναι τέτοια ώστε κάθε νέα γνώση να στηρίζεται σε προηγούμενη γνωστή ύλη, τονίζεται ότι οι υποψήφιοι οφείλουν να γνωρίζουν τις βασικές έννοιες, ιδιότητες και βασικά θεωρήματα των ενοτήτων που διδάχθηκαν στις προηγούμενες τάξεις, αλλά δεν συμπεριλαμβάνονται στην εξεταστέα ύλη, γιατί πολύ πιθανόν η λύση κάποιων ασκήσεων να απαιτεί και γνώσεις από τις ενότητες αυτές.
2. Όπου αναφέρεται διατύπωση ορισμών και θεωρημάτων, αυτά θα διατυπώνονται όπως είναι στα σχολικά εγχειρίδια έκδοσης 2019.

### I. Εφαρμογές του Διαφορικού Λογισμού

1. Ορισμοί: Γνησίως αύξουσα, Αύξουσα, Γνησίως φθίνουσα, Φθίνουσα και Σταθερή συνάρτηση. Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
2. Θεώρημα Μέγιστης - Ελάχιστης τιμής. Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
3. Ορισμοί ολικών ακροτάτων (ολικό μέγιστο, ολικό ελάχιστο), τοπικών ακροτάτων (τοπικό μέγιστο, τοπικό ελάχιστο). Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
4. Θεώρημα (κριτήριο) μονοτονίας για γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα και σταθερή συνάρτηση. Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.

5. Θεώρημα του *Fermat* . Διατύπωση, Γεωμετρική ερμηνεία και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
6. Θεώρημα (κριτήριο της πρώτης παραγώγου) εύρεσης τοπικών ακροτάτων. Εφαρμογή του στην επίλυση προβλήματος.
7. Εύρεση των τοπικών ακροτάτων, ολικών ακροτάτων σε διάστημα και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
8. Ορισμοί: Κυρτή/κοίλη συνάρτηση, σημείο καμπής γραφικής παράστασης. Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
9. Θεώρημα κυρτότητας συνάρτησης και θεώρημα εύρεσης σημείων καμπής. Εφαρμογή τους στην επίλυση προβλήματος.
10. Μελέτη πολυωνυμικών συναρτήσεων μέχρι και 3<sup>ου</sup> βαθμού και κατασκευή της γραφικής τους παράστασης.
11. Εφαρμογή των θεωρημάτων για τη μονοτονία και τα ακρότατα συνάρτησης στην επίλυση προβλημάτων με μέγιστα και ελάχιστα.

## II. Αόριστο ολοκλήρωμα

1. Ορισμός του αόριστου ολοκληρώματος. Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
2. Εύρεση βασικών αόριστων ολοκληρωμάτων και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.

$$a) \int a \, dx = ax + C \qquad \beta) \int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + C, \quad \forall r \in \mathbb{R} - \{-1\}$$

3. Ιδιότητες του αόριστου ολοκληρώματος.

$$a) \int \alpha f(x) \, dx = \alpha \int f(x) \, dx$$

$$\beta) \int [f(x) \pm g(x)] \, dx = \int f(x) \, dx \pm \int g(x) \, dx$$

Εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος

4. Υπολογισμός της σταθεράς ολοκλήρωσης  $c$  και εφαρμογή στην επίλυση προβλημάτων αρχικών τιμών.

### III. Σύνολα – Συνδυαστική

1. Ιδιότητες πράξεων συνόλων.
2. Αρχή του αθροίσματος και της θεμελιώδους αρχής της απαρίθμησης (πολλαπλασιαστική αρχή). Εφαρμογή τους στη επίλυση προβλήματος.
3. Ορισμός του παραγοντικού ενός φυσικού αριθμού  $n$  ( $n!$ ). Διατύπωση και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
4. Υπολογισμός και εφαρμογή στη επίλυση προβλημάτων των:
  - Μεταθέσεων των  $n$  διαφορετικών αντικειμένων,  $(M_n)$
  - Επαναληπτικών μεταθέσεων των  $n$  αντικειμένων,  $(M_n^E)$
  - Κυκλικών μεταθέσεων των  $n$  διαφορετικών αντικειμένων,  $(K_n)$
  - Διατάξεων  $n$  διαφορετικών αντικειμένων ανά  $k$ ,  $(\Delta_k^n)$
  - Επαναληπτικών διατάξεων  $n$  διαφορετικών αντικειμένων ανά  $k$ ,  $(\delta_k^n)$
  - Συνδυασμών  $n$  διαφορετικών αντικειμένων ανά  $k$ ,  $\binom{n}{k}$

### IV. Στατιστική

1. Υπολογισμός των τεταρτημόριων και του ενδοτεταρτημοριακού εύρους και εφαρμογή τους στην επίλυση προβλήματος.
2. Διάγραμμα διασποράς. Κατασκευή, διερεύνηση και χαρακτηρισμός του είδους της συσχέτισης δύο μεταβλητών μέσα από διαγράμματα διασποράς και εφαρμογή τους στην επίλυση προβλήματος.
3. Υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης δυο μεταβλητών  $r = \frac{\sum xy - n \bar{x} \bar{y}}{n S_x S_y}$  και εφαρμογή του στην επίλυση προβλήματος.

### V. Στερεομετρία

1. Ορισμός των στερεών εκ περιστροφής (κύλινδρος, κώνος, κόλυρος κώνος, σφαίρα) και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.
2. Υπολογισμός του εμβαδού της κυρτής, της ολικής επιφάνειας και του όγκου των στερεών εκ περιστροφής και εφαρμογή τους στην επίλυση προβλήματος.
3. Υπολογισμός του εμβαδού της κυρτής, της ολικής επιφάνειας και του όγκου των στερεών που παράγονται από πλήρη περιστροφή επίπεδων σχημάτων γύρω από άξονα και εφαρμογή στην επίλυση προβλήματος.

**Σημείωση:** Βοήθημα για τους υποψηφίους θα μπορούσαν να είναι και τα πιο κάτω:

1. **Μαθηματικά Γ' Λυκείου Κοινού Κορμού, Α' Τεύχος**, ΥΑΠ 2019
2. **Μαθηματικά Γ' Λυκείου Κοινού Κορμού, Β' Τεύχος**, ΥΑΠ 2019