

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ**  
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**  
**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ**  
**ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

**ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΜΑΪΟΥ 2022**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 4-ΩΡΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**(Α΄ ΣΕΙΡΑ)**

**ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0048**

**ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 4-ΩΡΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ**  
**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ: 90 ΛΕΠΤΑ**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**

**ΚΑΙ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
9. Επισυνάπτεται Τυπολόγιο.

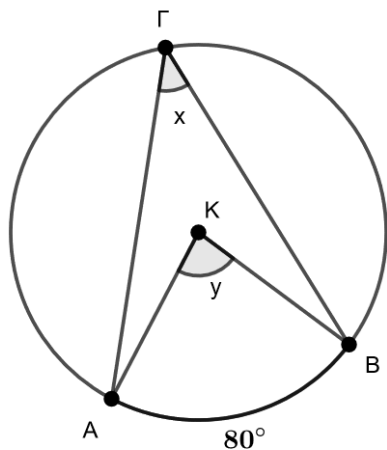
**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

**A1.** Δίνονται τα ψηφία 1,2,3,4,5.

Να βρείτε το πλήθος των τριψηφίων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία, αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.

**A2.** Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ΚΒ. Αν  $\widehat{AB} = 80^\circ$ , να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες  $\widehat{A\Gamma B} = x$  και  $\widehat{AKB} = y$ . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



**A3.** Να αντιστοιχίσετε κάθε αόριστο ολοκλήρωμα της ΣΤΗΛΗΣ Α με τη σωστή απάντηση της ΣΤΗΛΗΣ Β. Στο Τετράδιο Απαντήσεων να γράψετε τον αριθμό της ΣΤΗΛΗΣ Α που αντιστοιχεί στο γράμμα της ΣΤΗΛΗΣ Β (π.χ. 1-Α).

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\int 3 dx$	Α) $3x^2 + c$
2. $\int x^2 dx$	Β) $-\frac{x^{-3}}{3} + c$
3. $\int 6x dx$	Γ) $x^3 + c$
4. $\int \frac{1}{x^2} dx$	Δ) $\frac{x^3}{3} + c$
5. $\int \sqrt{x} dx$	Ε) $3x + c$
	ΣΤ) $-x^{-1} + c$
	Ζ) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

**A4.** Τρία (3) κορίτσια και πέντε (5) αγόρια θα καθίσουν σε σειρά στο θέατρο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν αν:

- (α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός
- (β) τα κορίτσια θα είναι σε συνεχόμενα καθίσματα.

**A5.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  έτσι ώστε:

$$\int (x^{\alpha+3} + \beta x)dx = \frac{x^6}{6} + 5x^2 + c$$

**A6.** Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  για τα οποία ισχύει:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{15} \text{ και } P(B') = \frac{3}{5}.$$

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

- (α)  $P(B)$  (1 μονάδα)
- (β)  $P(A \cup B)$  (2 μονάδες)
- (γ)  $P(B/A)$  (2 μονάδες)

### ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄:** Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

**B1.** Πέντε (5) άτομα θα επιλεγούν για να αποτελέσουν μια ομάδα που θα παρακολουθήσει ένα συνέδριο. Η επιλογή θα γίνει μεταξύ επτά (7) γυναικών και πέντε (5) ανδρών. Κατά πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η ομάδα αν:

- (α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός
- (β) θα συμμετέχουν τρεις (3) γυναίκες και δύο (2) άνδρες
- (γ) θα συμμετέχουν τουλάχιστον τέσσερις (4) άνδρες
- (δ) θα συμμετέχουν το πολύ δύο (2) γυναίκες.

**B2.** Δίνεται η λέξη **ΤΕΤΡΑΜΗΝΑ**.

- (α) Να βρείτε το πλήθος όλων των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
- (β) Πόσοι από αυτούς αρχίζουν από **N**;
- (γ) Πόσοι από αυτούς έχουν τα φωνήεντα σε συνεχόμενες θέσεις;
- (δ) Αν επιλέξουμε έναν αναγραμματισμό της πιο πάνω λέξης στην τύχη, να βρείτε την πιθανότητα να αρχίζει από σύμφωνο;

**B3.** Για μια επιχείρηση το συνολικό κόστος  $K(x)$  παραγωγής για μία περίοδο είναι συνάρτηση του αριθμού ( $x$ ) των προϊόντων που παράγει. Μια βιομηχανία επίπλων κατασκευάζει τραπέζια και υπολογίζει ότι το οριακό κόστος για ένα μήνα δίνεται από τον τύπο  $K'(x) = 3x^2 - 8x - 5$ , ενώ έχει πάγια έξοδα ανά μήνα 20000 ευρώ (δηλαδή ισχύει ότι για  $x = 0$ , το κόστος είναι  $K(0) = 20000$ ). Να υπολογίσετε:

- (α) τον τύπο του συνολικού κόστους  $K(x)$
- (β) το συνολικό κόστος της επιχείρησης για την κατασκευή 40 τραπεζιών σε ένα μήνα.

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**  
**ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ**  
**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

# I. ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ

## 1. Στατιστική

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} \quad \text{ή} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2},$$

$$\text{όπου } \nu = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - \nu \bar{x}\bar{y}}{\nu S_x S_y}, \quad \text{όπου } \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{\nu} y_{\nu}$$

## 2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

### Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta_{\mu x} = \eta_{\mu \alpha}$	$x = 360^\circ \kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ \kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi \kappa + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma_{\nu \nu x} = \sigma_{\nu \nu \alpha}$	$x = 360^\circ \kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon_{\phi x} = \epsilon_{\phi \alpha}$	$x = 180^\circ \kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi \kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

### 3. Γεωμετρία

<i>Ορθό πρίσμα</i>	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

### 4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ :  $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου  $A(x_1, y_1)$  από την ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$ :  $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \quad \gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}, \quad \alpha > \beta$$

Εστίες  $(\pm \gamma, 0)$ , Διευθετούσες  $x = \pm \frac{\alpha}{\epsilon}$ ,

Εκκεντρότητα  $\epsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

## 5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x \qquad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x \qquad (\epsilon\varphi x)' = \tau\epsilon\mu^2 x \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

## 6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\varphi x| + c \qquad \int \sigma\tau\epsilon\mu x \, dx = \ln\left|\epsilon\varphi \frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{x}{\alpha} + c \qquad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\epsilon\varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

## 7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$