

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ  
ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22  
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ  
ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΜΑΪΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 4-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ  
(Α΄ ΣΕΙΡΑ)  
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0049

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 4-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ  
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
9. Επισυνάπτεται Τυπολόγιο.

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του μέρους Α΄.**

**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

**A1.** Δίνονται τα ψηφία 1,2,3,4,5.

Να βρείτε το πλήθος των τριψήφιων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία, αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.

**Λύση:**

**Α΄ τρόπος:**  $\Delta_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$

2+1

2μ ορθή απάντηση

**Σημείωση:** Αν γράψει τον τύπο διατάξεων  $\Delta_3^5$  ορθά 2μ και η αντικατάσταση στον τύπο 1μ

**Β΄ τρόπος:**

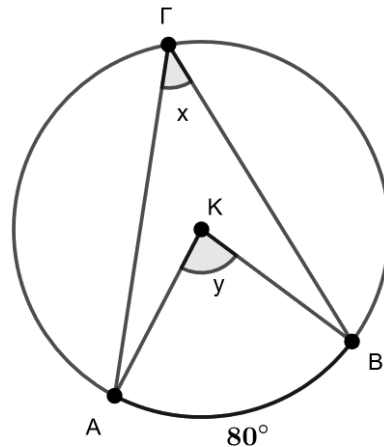
5	4	3
---	---	---

Άρα  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

3

2

**A2.** Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ΚΒ. Αν  $\widehat{AB} = 80^\circ$ , να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες  $\widehat{A\Gamma B} = x$  και  $\widehat{AKB} = y$ . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



**Λύση:**  $\widehat{AKB} = y = 80^\circ$  (Η επίκεντρη γωνία είναι ίση με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου)

1,5

1

$\widehat{A\Gamma B} = x = 40^\circ$  (Η επίκεντρη γωνία είναι ίση με το διπλάσιο της αντίστοιχης εγγεγραμμένης γωνιάς )

1,5

1

**A3.** Να αντιστοιχίσετε κάθε αόριστο ολοκλήρωμα της ΣΤΗΛΗΣ Α με τη σωστή απάντηση της ΣΤΗΛΗΣ Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\int 3 dx$	A) $3x^2 + c$
2. $\int x^2 dx$	B) $-\frac{x^{-3}}{3} + c$
3. $\int 6x dx$	Γ) $x^3 + c$
4. $\int \frac{1}{x^2} dx$	Δ) $\frac{x^3}{3} + c$
5. $\int \sqrt{x} dx$	Ε) $3x + c$
	ΣΤ) $-x^{-1} + c$
	Z) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

Στο Τετράδιο Απαντήσεων να γράψετε τον αριθμό της ΣΤΗΛΗΣ Α που αντιστοιχεί στο γράμμα της ΣΤΗΛΗΣ Β (π.χ. 1-Α)

**Λύση:** 1 – Ε , 2 – Δ , 3 – Α , 4 – ΣΤ , 5 – Ζ

1 μον. το καθένα

- A4.** Τρία (3) κορίτσια και πέντε (5) αγόρια θα καθίσουν σε σειρά στο θέατρο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν αν:
- (α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός
  - (β) τα κορίτσια θα είναι σε συνεχόμενα καθίσματα.

**Λύση: α)**  $M8 = 8! = 40320$



**Σημείωση:** Αν γράψει τον τύπο των μεταθέσεων  $M8$  ορθά 1μ και η αντικατάσταση στον τύπο 1μ

**β)**  $M6 \cdot M3 = 6! \cdot 3! = 720 \cdot 6 = 4320$



**Σημείωση:** από 0,5 για τις δύο μεταθέσεις και από 0,5 για κάθε ορθή απάντηση

- A5.** Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  έτσι ώστε:

$$\int (x^{\alpha+3} + \beta x) dx = \frac{x^6}{6} + 5x^2 + c$$

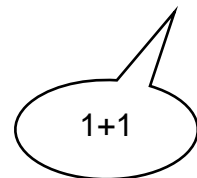
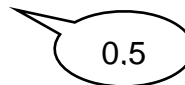
**Λύση:**

**Α' τρόπος:** Παραγωγίζουμε το β' μέλος (2 μονάδες)

$$\left(\frac{x^6}{6} + 5x^2 + c\right)' = x^5 + 10x = x^{\alpha+3} + \beta x$$

$$\text{Άρα } \alpha + 3 = 5 \Rightarrow \alpha = 5 - 3 \Rightarrow \alpha = 2$$

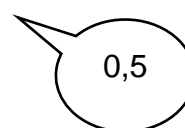
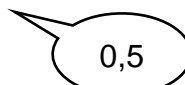
$$\beta = 10$$



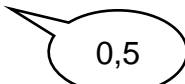
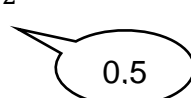
**Β' τρόπος:**

$$\int (x^{\alpha+3} + \beta x) dx = \frac{x^{\alpha+4}}{\alpha+4} + \frac{\beta x^2}{2} + c$$

$$\text{Έτσι πρέπει να ισχύει: } \alpha + 4 = 6 \Rightarrow \alpha = 6 - 4 \Rightarrow \alpha = 2$$



$$\text{και } \frac{\beta}{2} = 5 \Rightarrow \beta = 10$$



**A6.** Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  για τα οποία ισχύει:  
 $P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{15}$  και  $P(B') = \frac{3}{5}$ .

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

(α)  $P(B)$

(1 μονάδα)

(β)  $P(A \cup B)$

(2 μονάδες)

(γ)  $P(B/A)$

(2 μονάδες)

**Λύση:** α)  $P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

0,5

0,5

β)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

1

$= \frac{1}{3} + \frac{2}{5} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15}$

1

γ)  $P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{5}$

1

1

**ΜΕΡΟΣ Β':** Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

**B1.** Πέντε (5) άτομα θα επιλεγούν για να αποτελέσουν μια ομάδα που θα παρακολουθήσει ένα συνέδριο. Η επιλογή θα γίνει μεταξύ επτά (7) γυναικών και πέντε (5) ανδρών. Κατά πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η ομάδα αν:

(α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός

(β) θα συμμετέχουν τρεις (3) γυναίκες και δύο (2) άνδρες

(γ) θα συμμετέχουν τουλάχιστον τέσσερις (4) άνδρες

(δ) θα συμμετέχουν το πολύ δύο (2) γυναίκες.

**Λύση:** α)  $\binom{12}{5} = 792$

2,5

β)  $\binom{7}{3} \cdot \binom{5}{2} = 35 \cdot 10 = 350$

2,5

γ)  $\binom{7}{1} \cdot \binom{5}{4} + \binom{7}{0} \cdot \binom{5}{5} = 35 + 1 = 36$

1

1

0,5

$$\delta) \binom{7}{0} \cdot \binom{5}{5} + \binom{7}{1} \cdot \binom{5}{4} + \binom{7}{2} \cdot \binom{5}{3} = 1 + 35 + 210 = 246$$

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

## B2. Δίνεται η λέξη **ΤΕΤΡΑΜΗΝΑ**.

(α) Να βρείτε το πλήθος όλων των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

(β) Πόσοι από αυτούς αρχίζουν από **N**;

(γ) Πόσοι από αυτούς έχουν τα φωνήεντα σε συνεχόμενες θέσεις;

(δ) Αν επιλέξουμε έναν αναγραμματισμό της πιο πάνω λέξης στην τύχη να βρείτε την πιθανότητα να αρχίζει από σύμφωνο;

**Λύση:** α)  $\frac{M9}{M2 \cdot M2} = \frac{9!}{2! \cdot 2!} = \frac{362880}{2 \cdot 2} = 90720 = N(\Omega)$

2

0,5

β)  $\frac{M8}{M2 \cdot M2} = \frac{8!}{2! \cdot 2!} = \frac{40320}{2 \cdot 2} = 10080$

2

0,5

γ)  $\frac{M6 \cdot M4}{M2 \cdot M2} = \frac{6! \cdot 4!}{2! \cdot 2!} = \frac{720 \cdot 24}{2 \cdot 2} = 4320$

2

0,5

δ) Ξεκινά από T:  $\frac{M8}{M2} = \frac{8!}{2!} = \frac{40320}{2} = 20160$

1

Ξεκινά από P ή M ή N:  $3 \cdot \frac{M8}{M2 \cdot M2} = 3 \cdot \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 3 \cdot \frac{40320}{2 \cdot 2} = 30240$

1

A: ' Να αρχίζει από σύμφωνο η λέξη **ΤΕΤΡΑΜΗΝΑ**'

$N(A) = 20160 + 30240 = 50400 \Rightarrow P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{50400}{90720} = \frac{5}{9}$

0,5

**Σημείωση:** στα ερωτήματα α,β,γ αν απαντηθούν γράφοντας μόνο τους τύπους (πχ  $\frac{M9}{M2 \cdot M2}$ ) των μεταθέσεων να δοθούν 1.5μ αν αντικατασταθούν ορθά 1μ. Αν απαντηθεί ΜΟΝΟ στη μορφή (πχ  $\frac{8!}{2! \cdot 2!}$ ) να δοθούν 2μ και ορθή απάντηση 0,5μ

**B3.** Για μια επιχείρηση το συνολικό κόστος  $K(x)$  παραγωγής για μία περίοδο είναι συνάρτηση του αριθμού ( $x$ ) των προϊόντων που παράγει. Μια βιομηχανία επίπλων κατασκευάζει τραπέζια και υπολογίζει ότι το οριακό κόστος για ένα μήνα δίνεται από τον τύπο  $K'(x) = 3x^2 - 8x - 5$ , ενώ έχει πάγια έξοδα ανά μήνα 20000 ευρώ (δηλαδή ισχύει ότι για  $x = 0$ , το κόστος είναι  $K(0) = 20000$ ). Να υπολογίσετε:

(α) τον τύπο του συνολικού κόστους  $K(x)$

(β) το συνολικό κόστος της επιχείρησης για την κατασκευή 40 τραπεζιών σε ένα μήνα.

**Λύση: α)** Ολοκληρώνουμε την συνάρτηση:  $K'(x) = 3x^2 - 8x - 5$

$$K(x) = \int (3x^2 - 8x - 5)dx = x^3 - 4x^2 - 5x + c$$

Αφού  $K(0) = 20000$ ,

$$K(0) = 0^3 - 4 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + c = 20000 \Rightarrow c = 20000$$

$$\text{Άρα } K(x) = x^3 - 4x^2 - 5x + 20000$$

**β)**  $x = 40$

$$\text{Αντικατάσταση: } K(40) = 40^3 - 4 \cdot 40^2 - 5 \cdot 40 + 20000 = 77400$$

Το συνολικό κόστος για 40 τραπέζια είναι 77400 ευρώ.

2 από 0,5 σε κάθε ορθή απαντ

1 αντικατ.+1 απάντηση

1

1

**ΤΕΛΟΣ ΟΔΗΓΟΥ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ**