

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ
ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΜΑΪΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 4-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

(Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0049

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 4-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΚΑΙ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας **το όνομά σας**.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
9. Επισυνάπτεται Τυπολόγιο.

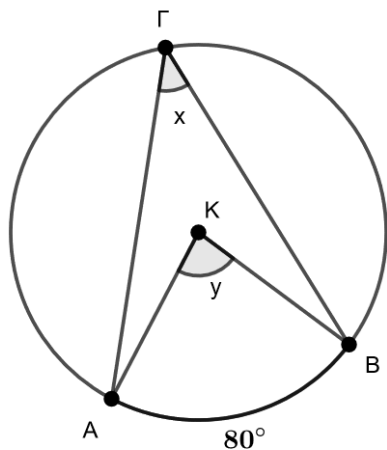
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

A1. Δίνονται τα ψηφία 1,2,3,4,5.

Να βρείτε το πλήθος των τριψηφίων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία, αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.

A2. Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ΚΒ. Αν $\widehat{AB} = 80^\circ$, να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες $\widehat{A\Gamma B} = x$ και $\widehat{AKB} = y$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



A3. Να αντιστοιχίσετε κάθε αόριστο ολοκλήρωμα της ΣΤΗΛΗΣ Α με τη σωστή απάντηση της ΣΤΗΛΗΣ Β. Στο Τετράδιο Απαντήσεων να γράψετε τον αριθμό της ΣΤΗΛΗΣ Α που αντιστοιχεί στο γράμμα της ΣΤΗΛΗΣ Β (π.χ. 1-Α).

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\int 3 dx$	Α) $3x^2 + c$
2. $\int x^2 dx$	Β) $-\frac{x^{-3}}{3} + c$
3. $\int 6x dx$	Γ) $x^3 + c$
4. $\int \frac{1}{x^2} dx$	Δ) $\frac{x^3}{3} + c$
5. $\int \sqrt{x} dx$	Ε) $3x + c$
	ΣΤ) $-x^{-1} + c$
	Ζ) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

A4. Τρία (3) κορίτσια και πέντε (5) αγόρια θα καθίσουν σε σειρά στο θέατρο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν αν:

(α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός

(β) τα κορίτσια θα είναι σε συνεχόμενα καθίσματα.

A5. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β έτσι ώστε:

$$\int (x^{\alpha+3} + \beta x)dx = \frac{x^6}{6} + 5x^2 + c$$

A6. Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύει:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{2}{15} \text{ και } P(B') = \frac{3}{5}.$$

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

(α) $P(B)$ (1 μονάδα)

(β) $P(A \cup B)$ (2 μονάδες)

(γ) $P(B/A)$ (2 μονάδες)

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

B1. Πέντε (5) άτομα θα επιλεγούν για να αποτελέσουν μια ομάδα που θα παρακολουθήσει ένα συνέδριο. Η επιλογή θα γίνει μεταξύ επτά (7) γυναικών και πέντε (5) ανδρών. Κατά πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η ομάδα αν:

(α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός

(β) θα συμμετέχουν τρεις (3) γυναίκες και δύο (2) άνδρες

(γ) θα συμμετέχουν τουλάχιστον τέσσερις (4) άνδρες

(δ) θα συμμετέχουν το πολύ δύο (2) γυναίκες.

B2. Δίνεται η λέξη **ΤΕΤΡΑΜΗΝΑ**.

- (α) Να βρείτε το πλήθος όλων των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
- (β) Πόσοι από αυτούς αρχίζουν από **N**;
- (γ) Πόσοι από αυτούς έχουν τα φωνήεντα σε συνεχόμενες θέσεις;
- (δ) Αν επιλέξουμε έναν αναγραμματισμό της πιο πάνω λέξης στην τύχη, να βρείτε την πιθανότητα να αρχίζει από σύμφωνο;

B3. Για μια επιχείρηση το συνολικό κόστος $K(x)$ παραγωγής για μία περίοδο είναι συνάρτηση του αριθμού (x) των προϊόντων που παράγει. Μια βιομηχανία επίπλων κατασκευάζει τραπέζια και υπολογίζει ότι το οριακό κόστος για ένα μήνα δίνεται από τον τύπο $K'(x) = 3x^2 - 8x - 5$, ενώ έχει πάγια έξοδα ανά μήνα 20000 ευρώ (δηλαδή ισχύει ότι για $x = 0$, το κόστος είναι $K(0) = 20000$). Να υπολογίσετε:

- (α) τον τύπο του συνολικού κόστους $K(x)$
- (β) το συνολικό κόστος της επιχείρησης για την κατασκευή 40 τραπεζιών σε ένα μήνα.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ
ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

I. ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ

1. Στατιστική

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\nu} (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} \quad \text{ή} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{\nu}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{\nu} - \bar{x}^2},$$

$$\text{όπου } \nu = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - \nu \bar{x}\bar{y}}{\nu S_x S_y}, \quad \text{όπου } \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{\nu} y_{\nu}$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta_{\mu x} = \eta_{\mu \alpha}$	$x = 360^\circ \kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ \kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi \kappa + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma_{\nu \nu x} = \sigma_{\nu \nu \alpha}$	$x = 360^\circ \kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon_{\phi x} = \epsilon_{\phi \alpha}$	$x = 180^\circ \kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi \kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

<i>Ορθό πρίσμα</i>	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \quad \gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}, \quad \alpha > \beta$$

Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\epsilon}$,

Εκκεντρότητα $\epsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2} \qquad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x \qquad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x \qquad (\epsilon\phi x)' = \tau\epsilon\mu^2 x \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x| + c \qquad \int \sigma\tau\epsilon\mu x \, dx = \ln\left|\epsilon\phi\frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu\frac{x}{\alpha} + c \qquad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\epsilon\phi\frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$