

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2022

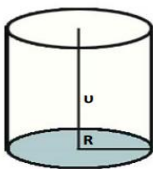

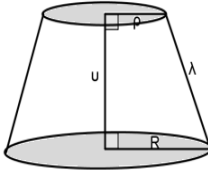
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

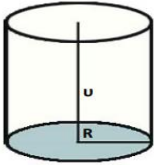
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050


ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Σημείωση: Κατά την κρίση του διορθωτή, μπορούν να δοθούν 0,5 της μονάδας σε κάθε σημείο αξιολόγησης.

ΜΕΡΟΣ Α΄

A1.	Να αντιστοιχίσετε κάθε στερεό της ΣΤΗΛΗΣ Α, με τον κατάλληλο τύπο από τη ΣΤΗΛΗ Β. <u>Να γράψετε την απάντησή σας στον διπλανό πίνακα και να μεταφέρετε τις απαντήσεις στο τετράδιο απαντήσεων.</u>				
	α)	ΣΤΗΛΗ Α		ΣΤΗΛΗ Β	
				1. Εμβαδόν ολικής επιφάνειας $E_{ολ} = \pi R\lambda + \pi R^2$	α) → 3
				(2 μονάδες)	
	β)			2. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_{κ} = \pi(R + \rho)\lambda$	β) → 1
				(1,5 μονάδες)	
γ)		3. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_{κ} = 2\pi Rv$	γ) → 2		
		(1,5 μονάδες)			

<p>A2.</p>	<p>Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ και να αιτιολογήσετε, κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.</p> <p>α) Το 40% του 200 είναι 80.</p>	<p>ΣΩΣΤΟ γιατί $200 \cdot \frac{40}{100} = 80$</p>	<p>2,5 μον.</p>								
	<p>β) Υπάλληλος παίρνει μηνιαίο μισθό €1500 και θα έχει μείωση 10%. Η μείωση του μισθού του είναι €50.</p>	<p>ΛΑΘΟΣ γιατί $1500 \cdot \frac{10}{100} = 150 \neq 50$</p>	<p>2,5 μον.</p>								
<p>A3.</p>	<p>Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα βάσης $R=3cm$ και ύψος $u=6cm$. Να υπολογίσετε την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου (E_k). (Να δώσετε την απάντησή σας ως συνάρτηση του π)</p> <p>Λύση: $E_k = 2\pi Ru$ $E_k = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6$ $E_k = 36\pi \text{ cm}^2$</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 5px; width: fit-content; margin-left: 100px;"> <p>Αν παραλείψει το π αφαιρούμε 0,5 και αν παραλείψει cm^2 αφαιρούμε επίσης 0,5</p> </div>		<p>Αντικατάσταση 3 μον. Απ. με π & μονάδες μέτρησης 2 μον.</p>								
<p>A4.</p>	<p>Ο μισθός του κυρίου Γιάννη είναι €1200 και θα πάρει 5% αύξηση. Πόσος θα είναι ο μισθός του μετά την αύξηση;</p> <p>Λύση:</p> <p>1ος τρόπος $1200 \cdot 5\% = 1200 \cdot \frac{5}{100} = 60$ ευρώ . Άρα ο νέος μισθός θα είναι $1200+60 = 1260$ ευρώ</p> <p>2ος τρόπος $1200 \cdot 105\% = 1200 \cdot \frac{105}{100} = 1260$ ευρώ</p> <p>3ος τρόπος Με τη βοήθεια πίνακα</p> <table style="margin-left: 40px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>αύξηση</th> <th>τελικός μισθός</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>5</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>1200</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p>$100 \cdot x = 1200 \cdot 105 \Leftrightarrow 100 \cdot x = 126000$ $\Leftrightarrow x = \frac{126000}{100} \Leftrightarrow x = \text{€}1260$ ο νέος μισθός</p>		αύξηση	τελικός μισθός	100	5	105	1200		x	<p>1ος τρόπος</p> <p>3 μον</p> <p>1 μον</p> <p>Άθροισμα 1 μον.</p> <p>2ος τρόπος</p> <p>1 μον</p> <p>3ος τρόπος Με πίνακα</p> <p>1 μον. 1 μον. 2 μον. 1 μον.</p>
	αύξηση	τελικός μισθός									
100	5	105									
1200		x									

<p>A5.</p>	<p>Δίνεται κώνος με ύψος $u=8\text{cm}$ και ακτίνα βάσης $R=6\text{cm}$. Να βρείτε:</p> <p>α) τον όγκο του κώνου (V) (2 μονάδες)</p> <p>β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του ($E_{ολ}$) (3 μονάδες)</p> <p>(Να δώσετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση του π)</p> <p>Λύση:</p> <p>α) $V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot u}{3}$</p> $V = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3}$ $V = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 8}{3}$ $V = 96\pi \text{ cm}^3$ <p>β) Π. Θ. $\lambda^2 = u^2 + R^2$</p> $\lambda^2 = 8^2 + 6^2$ $\lambda^2 = 64 + 36$ $\lambda^2 = 100 \Leftrightarrow \lambda = 10\text{cm}$ <p>$E_{ολ} = \pi R \lambda + \pi R^2$</p> $E_{ολ} = \pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2$ $E_{ολ} = 60\pi + 36\pi$ $E_{ολ} = 96\pi \text{ cm}^2$	 <p>Αντικατάσταση 1μον.</p> <p>Πράξεις και Αποτέλεσμα 1μον.</p> <p>Π.Θ. 0,5μον.</p> <p>Αντικατάσταση και πράξεις 0,5μον.</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5μον.</p> <p>Τύπος 0,5μον.</p> <p>Αντικατάσταση και πράξεις 0,5μον.</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5μον.</p>
<p>A6.</p>	<p>Κάποιος έκανε μια επένδυση αγοράζοντας ένα διαμέρισμα €60000. Πλήρωσε επιπλέον €20000 για ανακαίνιση και το πώλησε με κέρδος 40%. Ποια ήταν η τιμή πώλησης του διαμερίσματος;</p> <p>Λύση:</p> <p>$60000 + 20000 = \text{€ } 80000$ τα συνολικά έξοδα</p> <p>Με κέρδος 40% η πώληση θα είναι 140%</p> $80000 \cdot 140\% =$ $80000 \cdot \frac{140}{100} = 112000 \text{ ευρώ}$ <p>Με όποιο άλλο τρόπο λυθεί η άσκηση και είναι σωστή παίρνει όλες τις μονάδες.</p>	<p>Άθροισμα 1μον.</p> <p>1μον.</p> <p>Πράξη 2μον.</p> <p>Αποτέλεσμα 1μον.</p>

ΜΕΡΟΣ Β΄

<p>B1.</p>	<p>Η κυρία Μαρία θα ποτίσει ένα μικρό λαχανόκηπο που έχει στην αυλή της, με τη βοήθεια ενός κουβά. Ο κουβάς έχει σχήμα κολουρου κώνου με ακτίνες των δύο βάσεων του $R=45cm$, $\rho=30cm$ και γενέτειρα $\lambda=39cm$.</p> <p>α) Να βρείτε τον όγκο του κουβά (7 μονάδες) β) Αν η κυρία Μαρία για να ποτίσει όλο τον λαχανόκηπό της χρειάζεται $V=256500\pi cm^3$ νερό, πόσους κουβάδες νερό θα χρειαστεί; (3 μονάδες)</p> <p>Λύση:</p> <p>α) Π. Θ. $\lambda^2 = v^2 + (R - \rho)^2$ $39^2 = v^2 + (45 - 30)^2$ $1521 = v^2 + 225$ $v^2 = 1521 - 225$ $v^2 = 1296 \Leftrightarrow v = 36cm$</p> $V = \frac{\pi \cdot v}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$ $V = \frac{\pi \cdot 36}{3} (45^2 + 45 \cdot 30 + 30^2)$ $V = \frac{\pi \cdot 36}{3} (2025 + 1350 + 900)$ $V = 12\pi \cdot 4275$ $\Leftrightarrow V = 51300 \pi cm^3$ <p>β) $256500 \pi : 51300 \pi = 5$</p> <p>Απ. Κυρία Μαρία θα χρειαστεί 4 κουβάδες νερό για να ποτίσει όλο τον λαχανόκηπό της</p>	<p>α)</p> <p>Π.Θ. 1μον.</p> <p>Αντικατάσταση 1μον.</p> <p>Πράξεις και Αποτέλεσμα 1,5μον.</p> <p>Τύπος και αντικατάσταση 1μον.</p> <p>Πράξεις 1,5μον.</p> <p>Αποτέλεσμα 1μον.</p> <p>Πράξη 2μον. Απλοποίηση του π 0,5μον. Απάντηση 0,5μον.</p>
-------------------	---	--

<p>B2.</p>	<p>Ένας επιπλοποιός έκανε εισαγωγή ξυλείας αξίας €15000 και πλήρωσε φόρους 20% πάνω στην αξία της ξυλείας. Με τη ξυλεία αυτή κατασκεύασε 60 ερμάρια τα οποία χρειάστηκαν επιπλέον κατασκευαστικά έξοδα €2400. Να βρείτε:</p> <p>α) πόσα κόστισε συνολικά κάθε ερμάρι (4 μονάδες) β) πόσα πρέπει να πωλήσει κάθε ερμάρι, για να έχει κέρδος 30% (3 μονάδες) γ) πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή ένα ερμάρι, αν θα πληρώσει επιπλέον 19% Φ.Π.Α. (3 μονάδες)</p> <p>Λύση:</p> <p>α) $15000 \cdot 120\% =$ $15000 \cdot \frac{120}{100} = 18000$ ευρώ $18000 + 2400 = 20400$ ευρώ $20400 : 60 = 340$ ευρώ το ερμάρι</p> <p>β) <i>1ος τρόπος</i></p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">κέρδος</td> <td style="text-align: center;">τιμή πώλησης</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">30</td> <td style="text-align: center;">130</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">340</td> <td></td> <td style="text-align: center;">x</td> </tr> </table> $100 \cdot x = 340 \cdot 130 \Leftrightarrow 100 \cdot x = 44200$ $\Leftrightarrow \frac{100 \cdot x}{100} = \frac{44200}{100} \Leftrightarrow x = 442$ <p>Κάθε ερμάρι για να έχει κέρδος 30% πρέπει να πωληθεί €442.</p> <p><i>2ος τρόπος</i></p> <p>30% κέρδος = 130% τιμή πώλησης</p> $340 \cdot \frac{130}{100} = 442 \text{ ευρώ}$ <p>γ) 19% Φ.Π.Α. άρα τελική τιμή είναι 119%</p> $442 \cdot 119\% =$ $442 \cdot \frac{119}{100} = 525,98 \text{ ευρώ}$ <p>Αν ο μαθητής χρησιμοποιήσει άλλο τρόπο λύσης παίρνει όλες τις μονάδες.</p>		κέρδος	τιμή πώλησης	100	30	130	340		x	<p>α) Με όποιο τρόπο φθάσει στο €18000 2 μον.</p> <p>1 μον. 1 μον.</p> <p>β) Πίνακας 1 μον. Πράξεις 1 μον. Απλοποίηση και αποτέλεσμα 1 μον.</p> <p>Ποσοστό τιμής πώλησης 1 μον. Πράξη 1 μον. Αποτέλεσμα 1 μον.</p> <p>1 μον. 1 μον. 1 μον.</p>
	κέρδος	τιμή πώλησης									
100	30	130									
340		x									

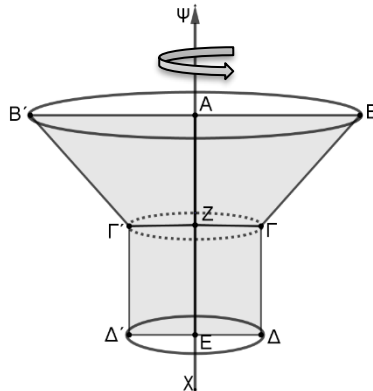
B3. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΖ είναι ορθογώνιο τραπέζιο και το ΓΔΕΖ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Δίνονται $ZΓ = 2\text{cm}$, $ΓΔ = 4\text{cm}$, $ΑΒ = 5\text{cm}$ και Ζ μέσο της ΑΕ.

Το σχήμα ΑΒΓΔΕ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα χψ.

Να υπολογίσετε :

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$) του στερεού που παράγεται

β) τον όγκο (V) του στερεού που παράγεται



Λύση:

Κύλινδρος	Κόλουρος Κώνος
$\rho = ZΓ = 2\text{cm}$	$\rho = ZΓ = 2\text{cm}$
$\nu = ΓΔ = 4\text{cm}$	$R = ΑΒ = 5\text{cm}$
	$\nu = ΑΖ = 4\text{cm}$
	$\lambda = ΒΓ = 5\text{cm}$

Π. Θ.

$$\lambda^2 = \nu^2 + (R - \rho)^2$$

$$\lambda^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\lambda^2 = 16 + 9$$

$$\lambda^2 = 25 \Leftrightarrow$$

$$\lambda = 5\text{cm}$$

Π.Θ.

Στοιχεία κυλίνδρου

1 μον.

Εύρεση λ **1 μον.**

Στοιχεία κόλουρου

κώνου **1 μον.**

α) Τύπος $E_{ολ}$ **1 μον.**

Χαρακτηρισμός επιφανειών και τύποι

1 μον.

Αντικατάσταση και

πράξεις **1 μον.**

Αποτέλεσμ. **0,5 μον.**

β) Τύπος $V_{ολ}$ και

Χαρακτηρισμός όγκων **1 μον.**

Αντικατάσταση

1 μον.

Πράξεις **1 μον.**

Αποτέλεσμ. **0,5 μον.**

$$\alpha) E_{ολ} = E_{ΕΔ} + E_{ΓΔ} + E_{ΓΒ} + E_{ΑΒ}$$

$$E_{ολ} = \pi\rho^2 + 2\pi\rho\nu + \pi(R+\rho) \cdot \lambda + \pi R^2$$

$$E_{ολ} = \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + \pi \cdot (5+2) \cdot 5 + \pi \cdot 5^2$$

$$E_{ολ} = 4\pi + 16\pi + 35\pi + 25\pi$$

$$E_{ολ} = 80\pi \text{ cm}^2$$

$$\beta) V_{ολ} = V_{κόλουρου κώνου} + V_{κυλίνδρου}$$

$$V = \frac{\pi \cdot \nu}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2) + \pi\rho^2 \cdot \nu$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} (5^2 + 5 \cdot 2 + 2^2) + \pi 2^2 \cdot 4$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} (25 + 10 + 4) + \pi 4 \cdot 4$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} \cdot 39 + 16\pi$$

$$\Leftrightarrow V = 68\pi \text{ cm}^3$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ