

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22  
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΤΕΤΑΡΤΗ 18 ΜΑΪΟΥ 2022  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Γ0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ  
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ : 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

---

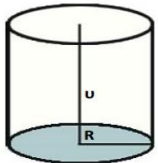

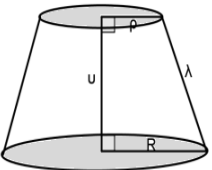
**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
8. **Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.**
9. **Επισυνάπτεται τυπολόγιο.**

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α΄.**  
**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

**A1.** Να αντιστοιχίσετε κάθε στερεό της ΣΤΗΛΗΣ Α, με τον κατάλληλο τύπο από τη ΣΤΗΛΗ Β. Να γράψετε την απάντησή σας στον διπλανό πίνακα και να μεταφέρετε τις απαντήσεις στο τετράδιο απαντήσεων.

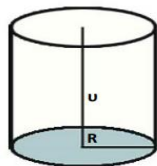
ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α) 	1. Εμβαδόν ολικής επιφάνειας $E_{ολ} = \pi R\lambda + \pi R^2$  (2 μονάδες)
β) 	2. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_{κ} = \pi(R + \rho)\lambda$  (1,5 μονάδες)
γ) 	3. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_{κ} = 2\pi R\upsilon$  (1,5 μονάδες)

α) → _____
β) → _____
γ) → _____

**A2.** Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ και να αιτιολογήσετε, κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

α) Το 40% του 200 είναι 80.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ	(2,5 μονάδες)
β) Υπάλληλος παίρνει μηνιαίο μισθό €1500 και θα έχει μείωση 10% . Η μείωση του μισθού του είναι €50.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ	(2,5 μονάδες)

- A3.** Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα βάσης  $R=3\text{cm}$  και ύψος  $u=6\text{cm}$ . Να υπολογίσετε την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου ( $E_{\kappa}$ ). (Να δώσετε την απάντησή σας ως συνάρτηση του  $\pi$ )



- A4.** Ο μισθός του κυρίου Γιάννη είναι €1200 και θα πάρει 5% αύξηση. Πόσος θα είναι ο μισθός του μετά την αύξηση;

- A5.** Δίνεται κώνος με ύψος  $u=8\text{cm}$  και ακτίνα βάσης  $R=6\text{cm}$ .

Να βρείτε:

α) τον όγκο του κώνου ( $V$ )

**(2 μονάδες)**

β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του ( $E_{ολ}$ )

**(3 μονάδες)**

(Να δώσετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση του  $\pi$ )



- A6.** Κάποιος έκανε μια επένδυση αγοράζοντας ένα διαμέρισμα €60000. Πλήρωσε επιπλέον €20000 για ανακαίνιση και το πώλησε με κέρδος 40%. Ποια ήταν η τιμή πώλησης του διαμερίσματος;

**ΤΕΛΟΣ Α΄ ΜΕΡΟΥΣ**

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β΄.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

**B1.** Η κυρία Μαρία θα ποτίσει ένα μικρό λαχανόκηπο που έχει στην αυλή της, με τη βοήθεια ενός κουβά. Ο κουβάς έχει σχήμα κολουρου κώνου με ακτίνες των δύο βάσεων του  $R=45cm$ ,  $r=30cm$  και γενέτειρα  $l=39cm$ .

α) Να βρείτε τον όγκο του κουβά. **(7 μονάδες)**

β) Αν η κυρία Μαρία για να ποτίσει όλο τον λαχανόκηπό της χρειάζεται  $V=256500\pi cm^3$  νερό, πόσους κουβάδες νερό θα χρειαστεί; **(3 μονάδες)**

**B2.** Ένας επιπλοποιός έκανε εισαγωγή ξυλείας αξίας €15000 και πλήρωσε φόρους 20% πάνω στην αξία της ξυλείας. Με τη ξυλεία αυτή κατασκεύασε 60 ερμάρια τα οποία χρειάστηκαν επιπλέον κατασκευαστικά έξοδα €2400 . Να βρείτε:

α) πόσα κόστισε συνολικά κάθε ερμάρι **(4 μονάδες)**

β) πόσα πρέπει να πωλήσει κάθε ερμάρι, για να έχει κέρδος 30% **(3 μονάδες)**

γ) πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή ένα ερμάρι, αν θα πληρώσει επιπλέον 19% Φ.Π.Α. **(3 μονάδες)**

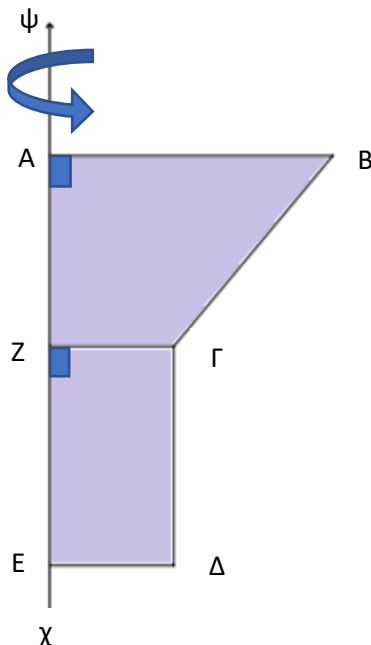
**B3.** Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma Z$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο και το  $\Gamma\Delta EZ$  ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Δίνονται  $Z\Gamma = 2\text{cm}$ ,  $\Gamma\Delta = 4\text{cm}$ ,  $AB = 5\text{cm}$  και  $Z$  μέσο της  $AE$ .

Το σχήμα  $AB\Gamma\Delta E$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα  $\chi\psi$ .

Να υπολογίσετε :

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ( $E_{ολ}$ ) του στερεού που παράγεται

β) τον όγκο ( $V$ ) του στερεού που παράγεται



**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

## ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΕΤΡΑΜΗΝΩΝ

### 1. Στατιστική

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{\kappa} f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^{\kappa} f_i$$

$$r = \frac{\Sigma_{xy} - v\bar{x}\bar{y}}{vS_x S_y}, \quad \text{όπου } \Sigma_{xy} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_v y_v$$

### 2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$$

$$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$$

$$2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha \quad \eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2} \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2} \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

### Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi\kappa + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\alpha$	$x = 180^\circ\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

### 3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R\upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R\lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλυρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$
Σφαίρα	$E = 4\pi R^2$	$V = \frac{4\pi R^3}{3}$

### 4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$ :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Απόσταση του σημείου  $A(x_1, y_1)$  από την ευθεία

$$Ax + By + \Gamma = 0: \quad d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

## Έλλειψη

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1, \quad \gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}, \quad \alpha > \beta$$

Εστίες  $(\pm \gamma, 0)$ , Διευθετούσες  $x = \pm \frac{\alpha}{\epsilon}$ ,

$$\text{Εκκεντρότητα } \epsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$$

## 5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v' \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$$

$$(\epsilon\phi x)' = \tau\epsilon\mu^2 x \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

## 6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu x \, dx = \ln\left|\epsilon\phi\frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau\omicron\zeta\eta\mu\frac{x}{\alpha} + c \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\zeta\epsilon\phi\frac{x}{\alpha} + c$$

## 7. Απλός Τόκος

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$