

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021-22

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων **να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

A1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 6x - 25 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $(3x_1 + 1)(3x_2 + 1)$

A2.



Στο πιο πάνω σχήμα παρουσιάζεται ένα αρχαίο πέτρινο γεφύρι σε σχήμα παραβολής, με τύπο $y = -0,12x(x - 10)$. Να υπολογίσετε:

α) το άνοιγμα OA του γεφυριού

β) το μέγιστο ύψος $K\Lambda$ του γεφυριού

A3. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x-3)^2}{2x^2+7x+3} < 0$

A4. Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-6,2)$, $\Gamma(0,10)$. Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

β) το μήκος του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$

A5. Σε κάθε ερώτημα να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση και να το μεταφέρεται στο τετράδιο απαντήσεων.

α) Αν οι πραγματικές λύσεις της εξίσωσης $5x^2 + (3 - \lambda)x - 1 = 0$ είναι αντίθετες, τότε ο πραγματικός αριθμός λ είναι:

- A. $\lambda = 0$ B. $\lambda = -3$ Γ. $\lambda = 3$ Δ. $\lambda < 0$

β) Η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(3,5)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 1$, είναι η:

- A. $x = 3$ B. $y = 3x + 5$ Γ. $y = 5$ Δ. $y = 3$

γ) Η οξεία γωνία η οποία σχηματίζεται από τις ευθείες $x = 4$ και $\sqrt{3}x - 3y = 8$ έχει μέτρο ίσο με:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ Γ. $\frac{\pi}{4}$ Δ. $\frac{\pi}{2}$

δ) Αν η ευθεία $(\lambda^2 - 4)x + \lambda y = \lambda + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$, διέρχεται από την αρχή των αξόνων, τότε η τιμή του λ είναι ίση με:

- A. $\lambda = -2$ B. $\lambda = 2$ Γ. $\lambda = 0$ Δ. $\lambda = -1$

ε) Αν η παραβολή $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$, έχει κορυφή $K(1, -2)$ και το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε:

- A. $\Delta > 0$, $\alpha < 0$, $\gamma < 0$ B. $\Delta < 0$, $\alpha < 0$, $\gamma < 0$
Γ. $\Delta = 0$, $\alpha > 0$, $\gamma > 0$ Δ. $\Delta < 0$, $\alpha < 0$, $\gamma > 0$

A6. Δίνεται η εξίσωση: $(\kappa - 1)x^2 - 2(\kappa - 1)x + \kappa = 0$, $\kappa \in \mathbb{R} - \{1\}$

α) Να βρείτε τις τιμές του κ , για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει δύο λύσεις πραγματικές και άνισες. **(Μονάδες 2)**

β) Δίνονται $f(x) = (\kappa - 1)x^2 - 2(\kappa - 1)x + \kappa$, $\kappa < 1$ και $\varphi(x) = x^2 - 2x + 2$
Να δείξετε ότι ισχύει $f(x) \leq \varphi(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. **(Μονάδες 3)**

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

Μέρος Β': Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

B1. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

Με βάση το διάγραμμα, να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα, **δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.**

A. Να βρείτε:

α) το πρόσημο του a

β) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

δ) την τιμή του γ

ε) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 4$

στ) το πρόσημο της τιμής $f(2022)$

ζ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 3$

(Μονάδες 7)

B. α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $h(x) = f(x) + 1$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $g(x) = f(x - 1) - 2$.

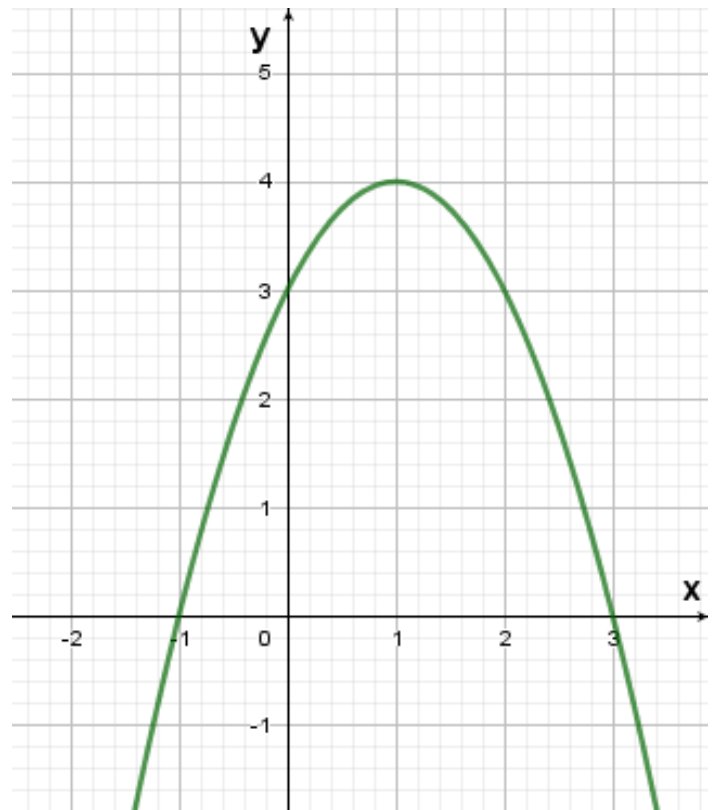
(Μονάδες 3)

B2. Ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφή $A(2,7)$ και εξίσωση της $\Gamma\Delta: 6x + 7y + 14 = 0$. Η εξίσωση της μιας διαγώνιου του είναι $x - 3y = 6$. Αν K το σημείο τομής των διαγώνιων του ρόμβου:

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της άλλης διαγώνιου είναι: $y + 3x = 13$ **(Μονάδες 3)**

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Δ και B **(Μονάδες 5)**

γ) Να βρείτε το μέτρο της οξείας γωνίας $A\hat{\Gamma}\Delta$ **(Μονάδες 2)**

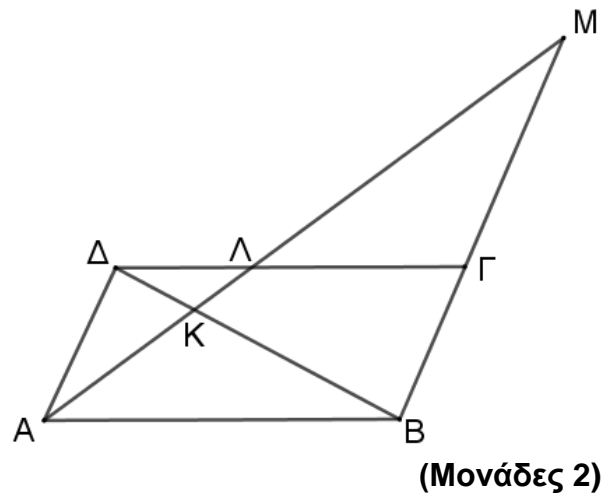


- B3.** Στο διπλανό παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ από την κορυφή A φέρουμε μια ευθεία που τέμνει τη διαγώνιο $B\Delta$ στο K , τη $\Gamma\Delta$ στο Λ και την προέκταση της $B\Gamma$ στο M .
Να δείξετε ότι:

α) $\frac{\Delta K}{BK} = \frac{AK}{MK}$ (Μονάδες 4)

β) $\frac{\Delta K}{BK} = \frac{K\Lambda}{KA}$ (Μονάδες 4)

γ) $(KA)^2 = (KM) \cdot (K\Lambda)$



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ