

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ■ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ■  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

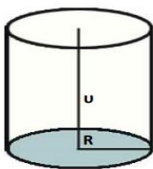

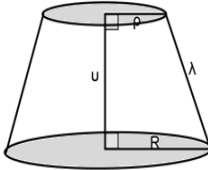
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ■

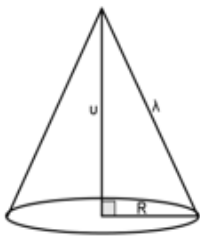
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ■

**Ασαφής ΜΗ αποδεκτή οδηγία οδηγεί σε μη ομοιόμορφη βαθμολογία** ΚΩΔΙΚΟΣ ■  
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**Σημείωση:** Κατά την κρίση του διορθωτή, μπορούν να δοθούν 0,5 της μονάδας σε κάθε σημείο αξιολόγησης.

ΜΕΡΟΣ Α'

<p><b>A1.</b> Να αντιστοιχίσετε κάθε στερεό της πρώτης στήλης με τον κατάλληλο τύπο από τη δεύτερη στήλη. Αφού γράψετε την απάντησή σας στον διπλανό πίνακα, να μεταφέρετε τις απαντήσεις σας στο τετράδιό σας.</p>	<p>α)</p> 	<p>1. Εμβαδόν ολικής επιφάνειας <math>E_{ολ} = \pi R\lambda + \pi R^2</math></p>	<p><b>Διορθώνεται ως Ο/Λ άρα ΔΕΝ υποδιαιρούνται οι μονάδες</b></p> <p>α) → 3</p> <p>β) → 1</p> <p>γ) → 2</p>	
	<p>β)</p> 	<p>2. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας <math>E_κ = \pi(R + \rho)\lambda</math></p>		
	<p>γ)</p> 	<p>3. Εμβαδόν κυρτής επιφάνειας <math>E_κ = 2\pi Rv</math></p>		
		(2 μονάδες)		
		(1,5 μονάδες)		
		(1,5 μονάδες)		

<p><b>A2.</b></p>	<p>Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ και να αιτιολογήσετε, κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.</p> <p>α) Το 40% του 200 είναι 80.</p> <p>β) Υπάλληλος παίρνει μηνιαίο μισθό €1500 και θα έχει μείωση 10%. Η μείωση του μισθού του είναι €50.</p>	<p><b>ΣΩΣΤΟ</b> γιατί <math>200 \cdot \frac{40}{100} = 80</math></p> <p><b>ΛΑΘΟΣ</b> γιατί <math>1500 \cdot \frac{10}{100} = 150 \neq 50</math></p>	<p>.</p>									
<p><b>A3.</b></p>	<p>Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα βάσης <math>R=3cm</math> και ύψος <math>u=6cm</math>. Να υπολογίσετε την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου (<math>E_k</math>). (Να δώσετε την απάντησή σας ως συνάρτηση του <math>\pi</math>)</p> <p><b>Λύση:</b></p> <p><math>E_k = 2\pi Ru</math> <math>E_k = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 6</math> <math>E_k = 36\pi \text{ cm}^2</math></p>	<p><b>Ασαφής πληροφορία μη αναφορά σε πόσες μονάδες αιτιολόγησης και απάντησης από τις 2.5μ ανά ερώτημα</b></p> <p><b>Αν παραλείψει το <math>\pi</math> αφαιρούμε 0,5 και αν παραλείψει <math>cm^2</math> αφαιρούμε επίσης 0,5</b></p>	<p>Αντικατάσταση <b>3 μον.</b> Απ. με <math>\pi</math> &amp; μονάδες μέτρησης <b>2 μον.</b></p>									
<p><b>A4.</b></p>	<p>Ο μισθός του κυρίου Γιάννη είναι €1200 και θα πάρει 5% αύξηση. Πόσος θα είναι ο μισθός του μετά την αύξηση;</p> <p><b>Λύση:</b></p> <p><b>1<sup>ος</sup> τρόπος</b> <math>1200 \cdot 5\% = 1200 \cdot \frac{5}{100} = 60</math> ευρώ. Άρα ο νέος μισθός θα είναι <math>1200+60 = 1260</math> ευρώ</p> <p><b>2<sup>ος</sup> τρόπος</b> <math>1200 \cdot 105\% = 1200 \cdot \frac{105}{100} = 1260</math> ευρώ</p> <p><b>3<sup>ος</sup> τρόπος</b> Με τη βοήθεια πίνακα</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>αύξηση</th> <th>τελικός μισθός</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>100</td> <td>5</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>1200</td> <td></td> <td>x</td> </tr> </tbody> </table> <p><math>100 \cdot x = 1200 \cdot 105 \Leftrightarrow 100 \cdot x = 126000</math> <math>\Leftrightarrow x = \frac{126000}{100} \Leftrightarrow x = €1260</math> ο νέος μισθός</p>		αύξηση	τελικός μισθός	100	5	105	1200		x	<p><b>3 μον</b></p> <p><b>1 μον</b></p> <p><b>4 μον</b></p>	<p>1<sup>ος</sup> τρόπος <b>1 μον.</b> Αθροισμα <b>1 μον.</b> 2<sup>ος</sup> τρόπος <b>1 μον</b> 3<sup>ος</sup> τρόπος Με πίνακα <b>1 μον.</b> <b>1 μον.</b> <b>2 μον.</b> <b>1 μον.</b></p>
	αύξηση	τελικός μισθός										
100	5	105										
1200		x										
<p><b>A5.</b></p>	<p>Δίνεται κώνος με ύψος <math>u=8cm</math> και ακτίνα βάσης <math>R=6cm</math>. Να βρείτε:</p> <p>α) τον όγκο του κώνου (<math>V</math>) <b>(2 μονάδες)</b></p> <p>β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του (<math>E_{ολ}</math>) <b>(3 μονάδες)</b></p>											

	<p>(Να δώσετε τις απαντήσεις σας ως συνάρτηση του <math>\pi</math>)</p> <p><b>Λύση:</b></p> <p>α) <math>V = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot u}{3}</math>  <math>V = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3}</math>  <math>V = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 8}{3}</math>  <math>V = 96\pi \text{ cm}^3</math></p> <p>β) Π. Θ. <math>\lambda^2 = u^2 + R^2</math>  <math>\lambda^2 = 8^2 + 6^2</math>  <math>\lambda^2 = 64 + 36</math>  <math>\lambda^2 = 100 \Leftrightarrow \lambda = 10\text{cm}</math></p> <p><math>E_{ολ} = \pi R\lambda + \pi R^2</math>  <math>E_{ολ} = \pi \cdot 6 \cdot 10 + \pi \cdot 6^2</math>  <math>E_{ολ} = 60\pi + 36\pi</math>  <math>E_{ολ} = 96\pi \text{ cm}^2</math></p> <p><b>Ασαφής πληροφορία οδηγεί σε ΜΗ ομοιόμορφη βαθμολογία</b></p> <p><b>Ασαφής πληροφορία: ο τύπος μόνο με ΛΑΘΟΣ αντικατάσταση ΔΕΝ αξιολογείται;</b></p>	<p>Αντικατάσταση <b>1μον.</b></p> <p>Πράξεις και Αποτέλεσμα <b>1μον.</b></p> <p>Π.Θ. <b>0,5μον.</b></p> <p>Αντικατάσταση και πράξεις <b>0,5μον.</b></p> <p>Αποτέλεσμα <b>0,5μον.</b></p> <p>Τύπος <b>0,5μον.</b></p> <p>Αντικατάσταση και πράξεις <b>0,5μον.</b></p> <p>Αποτέλεσμα <b>0,5μον.</b></p>
<p><b>A6.</b></p>	<p>Κάποιος έκανε μια επένδυση αγοράζοντας ένα διαμέρισμα €60000. Πλήρωσε επιπλέον €20000 για ανακαίνιση και το πώλησε με κέρδος 40%. Ποια ήταν η τιμή πώλησης του διαμερίσματος;</p> <p><b>Λύση:</b></p> <p><math>60000 + 20000 = \text{€ } 80000</math> τα συνολικά έξοδα</p> <p>Με κέρδος 40% η πώληση θα είναι 140%</p> <p><math>80000 \cdot 140\% =</math></p> <p><math>80000 \cdot \frac{140}{100} = 112000</math> ευρώ</p> <p><b>Με όποιο άλλο τρόπο λυθεί η άσκηση και είναι σωστή παίρνει όλες τις μονάδες.</b></p>	<p>Άθροισμα <b>1μον.</b></p> <p><b>1μον.</b></p> <p>Πράξη <b>2μον.</b></p> <p>Αποτέλεσμα <b>1μον.</b></p>

**ΜΕΡΟΣ Β΄**

<p><b>B1.</b></p>	<p>Η κυρία Μαρία θα ποτίσει ένα μικρό λαχανόκηπο που έχει στην αυλή της, με τη βοήθεια ενός κουβά. Ο κουβάς έχει σχήμα κολουρου κώνου με ακτίνες των δύο βάσεων του <math>R=45cm</math>, <math>\rho=30cm</math> και γενέτειρα <math>\lambda=39cm</math>.</p> <p>α) Να βρείτε τον όγκο του κουβά <b>(7 μονάδες)</b>          β) Αν η κυρία Μαρία για να ποτίσει όλο τον λαχανόκηπό της χρειάζεται <math>V=256500\pi cm^3</math> νερό, πόσους κουβάδες νερό θα χρειαστεί; <b>(3 μονάδες)</b></p> <p><b>Λύση:</b></p> <p>α) Π. Θ. <math>\lambda^2 = v^2 + (R - \rho)^2</math>  <math>39^2 = v^2 + (45 - 30)^2</math>  <math>1521 = v^2 + 225</math>  <math>v^2 = 1521 - 225</math>  <math>v^2 = 1296 \Leftrightarrow v = 36cm</math></p> <p><math>V = \frac{\pi \cdot v}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)</math>  <math>V = \frac{\pi \cdot 36}{3} (45^2 + 45 \cdot 30 + 30^2)</math>  <math>V = \frac{\pi \cdot 36}{3} (2025 + 1350 + 900)</math>  <math>V = 12\pi \cdot 4275</math>  <math>\Leftrightarrow V = 51300 \pi cm^3</math></p> <p>β) <math>256500 \pi : 51300 \pi = 5</math></p> <p>Απ. Κυρία Μαρία θα χρειαστεί 5 κουβάδες νερό για να ποτίσει όλο τον λαχανόκηπό της</p>	<p>α)  <b>Π.Θ.</b> <b>1μον.</b>          Αντικατάσταση <b>1μον.</b>          Πράξεις και Αποτέλεσμα <b>1,5μον.</b>          Όγκος και αντικατάσταση <b>1μον. (από 0,5μ)</b>          Πράξεις <b>1,5μον. (από 0,5μ)</b>          Αποτέλεσμα <b>1μον. (ο/λ)</b>          Πράξη <b>2μον.</b>          Απλοποίηση του π <b>0,5μον.</b>          Απάντηση <b>0,5μον.</b></p>
-------------------	---	---

**Διαδικασία - Αποτέλεσμα**

<p><b>B2.</b></p>	<p>Ένας επιπλοποιός έκανε εισαγωγή ξυλείας αξίας €15000 και πλήρωσε φόρους 20% πάνω στην αξία της ξυλείας. Με τη ξυλεία αυτή κατασκεύασε 60 ερμάρια τα οποία χρειάστηκαν επιπλέον κατασκευαστικά έξοδα €2400. Να βρείτε:</p> <p>α) πόσα κόστισε συνολικά κάθε ερμάρι <b>(4 μονάδες)</b>  β) πόσα πρέπει να πωλήσει κάθε ερμάρι, για να έχει κέρδος 30% <b>(3 μονάδες)</b>  γ) πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή ένα ερμάρι, αν θα πληρώσει επιπλέον 19% Φ.Π.Α. <b>(3 μονάδες)</b></p> <p><b>Λύση:</b></p> <p>α) <math>15000 \cdot 120\% =</math>  <math>15000 \cdot \frac{120}{100} = 18000</math> ευρώ  <math>18000 + 2400 = 20400</math> ευρώ  <math>20400 : 60 = 340</math> ευρώ το ερμάρι</p> <p>β) <i>1ος τρόπος</i></p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">κέρδος</td> <td style="text-align: center;">τιμή πώλησης</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">100</td> <td style="text-align: center;">30</td> <td style="text-align: center;">130</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">340</td> <td style="text-align: center;">x</td> </tr> </table> <p><math>100 \cdot x = 340 \cdot 130 \Leftrightarrow 100 \cdot x = 44200</math>  <math>\Leftrightarrow \frac{100 \cdot x}{100} = \frac{44200}{100} \Leftrightarrow x = 442</math></p> <p>Κάθε ερμάρι για να έχει κέρδος 30% πρέπει να πωληθεί €442.</p> <p><i>2ος τρόπος</i></p> <p>30% κέρδος = 130% τιμή πώλησης  <math>340 \cdot \frac{130}{100} = 442</math> ευρώ</p> <p>γ) 19% Φ.Π.Α. άρα τελική τιμή είναι 119% -  <math>442 \cdot 119\% =</math>  <math>442 \cdot \frac{119}{100} = 525,98</math> ευρώ</p> <p><b>Αν ο μαθητής χρησιμοποιήσει άλλο τρόπο λύσης είναι δεκτός και ακολουθεί τις αντίστοιχες μονάδες διαδικασίας του οδηγού διόρθωσης</b></p>		κέρδος	τιμή πώλησης	100	30	130		340	x	<p>α)  <b>Με όποιο τρόπο φθάσει στο €18000</b>  <b>2 μον.</b></p> <p><b>1 μον.</b>  <b>1 μον.</b></p> <p>β)</p> <p>Πίνακας <b>1 μον.</b></p> <p>Πράξεις <b>1 μον.</b></p> <p>Απλοποίηση και αποτέλεσμα <b>1 μον.</b></p> <p>Ποσοστό τιμής πώλησης <b>1 μον.</b>  Πράξη <b>1 μον.</b>  Αποτέλεσμα <b>1 μον.</b></p> <p><b>1 μον.</b>  <b>1 μον.</b>  <b>1 μον.</b></p>
	κέρδος	τιμή πώλησης									
100	30	130									
	340	x									

**Διαδικασία**  
**-**  
**Αποτέλεσμα**

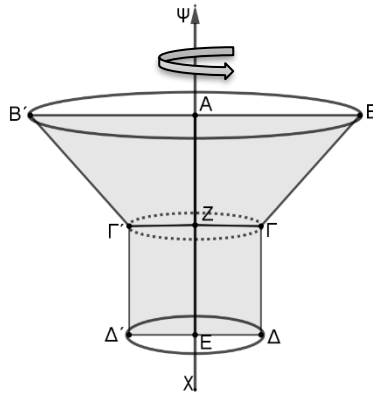
**B3.** Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΖ είναι ορθογώνιο τραπέζιο και το ΓΔΕΖ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Δίνονται  $ZΓ = 2\text{cm}$ ,  $ΓΔ = 4\text{cm}$ ,  $ΑΒ = 5\text{cm}$  και Ζ μέσο της ΑΕ.

Το σχήμα ΑΒΓΔΕ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα χψ.

Να υπολογίσετε :

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ( $E_{ολ}$ ) του στερεού που παράγεται

β) τον όγκο ( $V$ ) του στερεού που παράγεται



**Λύση:**

Κύλινδρος	Κόλουρος Κώνος
$\rho = ZΓ = 2\text{cm}$	$\rho = ZΓ = 2\text{cm}$
$\nu = ΓΔ = 4\text{cm}$	$R = ΑΒ = 5\text{cm}$
	$\nu = ΑΖ = 4\text{cm}$
	$\lambda = ΒΓ = 5\text{cm}$

Π. Θ.

$$\lambda^2 = \nu^2 + (R - \rho)^2$$

$$\lambda^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\lambda^2 = 16 + 9$$

$$\lambda^2 = 25 \Leftrightarrow$$

$$\lambda = 5\text{cm}$$

Π.Θ.

Στοιχεία κυλίνδρου

**1 μον.**

Εύρεση λ **1 μον.**

Στοιχεία κόλουρου

κώνου **1 μον.**

α)  $E_{ολ} = E_{ΕΔ} + E_{ΓΔ} + E_{ΓΒ} + E_{ΑΒ}$

$$E_{ολ} = \pi\rho^2 + 2\pi\rho\nu + \pi(R+\rho) \cdot \lambda + \pi R^2$$

$$E_{ολ} = \pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 4 + \pi \cdot (5+2) \cdot 5 + \pi \cdot 5^2$$

$$E_{ολ} = 4\pi + 16\pi + 35\pi + 25\pi$$

$$E_{ολ} = 80\pi \text{ cm}^2$$

β)  $V_{ολ} = V_{κόλουρου κώνου} + V_{κυλίνδρου}$

$$V = \frac{\pi \cdot \nu}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2) + \pi\rho^2 \cdot \nu$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} (5^2 + 5 \cdot 2 + 2^2) + \pi 2^2 \cdot 4$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} (25 + 10 + 4) + \pi 4 \cdot 4$$

$$V = \frac{\pi \cdot 4}{3} \cdot 39 + 16\pi$$

$$\Leftrightarrow V = 68\pi \text{ cm}^3$$

α) Τύπος  $E_{ολ}$  **1 μον.**

Χαρακτηρισμός επιφανειών και τύποι

**1 μον.**

Αντικατάσταση και

πράξεις **1 μον.**

Αποτέλεσμ. **0,5 μον.**

β) Τύπος  $V_{ολ}$  και

Χαρακτηρισμός όγκων **1 μον.**

Αντικατάσταση

**1 μον.**

Πράξεις **1 μον.**

Αποτέλεσμ. **0,5 μον.**

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**