

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2021 – 2022

ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 4ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

Διάρκεια: **90 λεπτά**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Έχετε τη δυνατότητα επιλογής ερωτήσεων για απάντηση. Να μελετήσετε προσεκτικά τις οδηγίες των μερών που αποτελούν το εξεταστικό δοκίμιο.
3. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρη πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

A1. Το ποσοστό των νοικοκυριών που είχαν τουλάχιστον ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή σε μια κοινότητα της επαρχίας της Λεμεσού τα τελευταία έντεκα χρόνια ήταν:

62, 64, 70, 70, 74, 71, 72, 76, 79, 75, 77

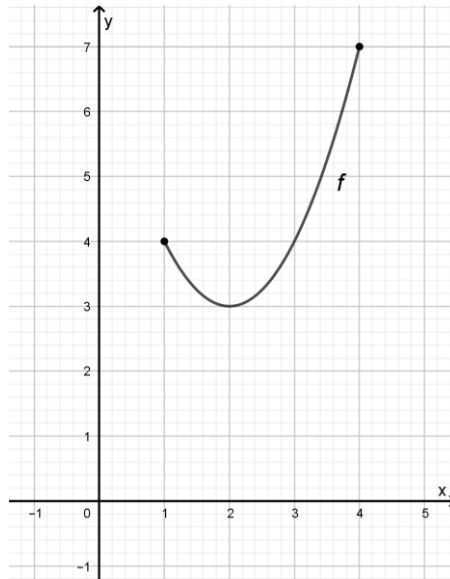
Να βρείτε:

- (α) τη διάμεσο (Q_2) (2 μονάδες)
(β) το πρώτο τεταρτημόριο (Q_1) (1 μονάδα)
(γ) το τρίτο τεταρτημόριο (Q_3) και (1 μονάδα)
(δ) το ενδοτεταρτημοριακό εύρος (IQR) (1 μονάδα)
των πιο πάνω παρατηρήσεων.

A2. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ και δ ώστε να ισχύει:

$$\int (\alpha x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta) dx = 2x^4 + x^3 - 5x + c$$

- A3.** Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού $[1,4]$.
 (α) Να αναφέρετε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (2 μονάδες)
 (β) Να αναφέρετε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά και ολικά ακρότατα της συνάρτησης f . (3 μονάδες)

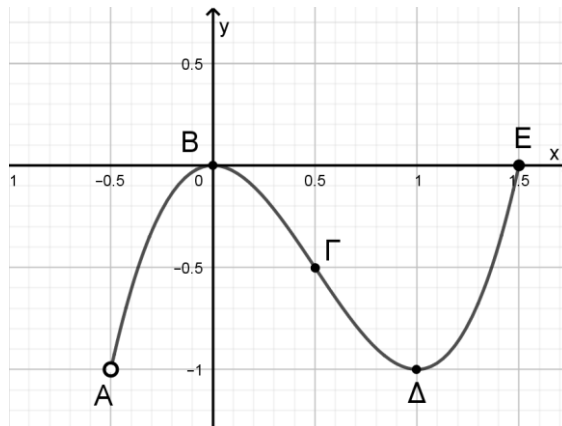


- A4.** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 - 18x^2 + \beta x + 16$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ με σημείο καμπής το σημείο $A(2, -12)$. Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

- A5.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με πεδίο ορισμού $(-\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}]$, η οποία παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα σημεία Β, Δ και Ε και σημείο καμπής στο σημείο Γ.

Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει:

- (α) $f(x) = 0$ (2 μονάδες)
 (β) $f''(x) = 0$ (1 μονάδες)
 (γ) $f'(x) > 0$ (2 μονάδες)



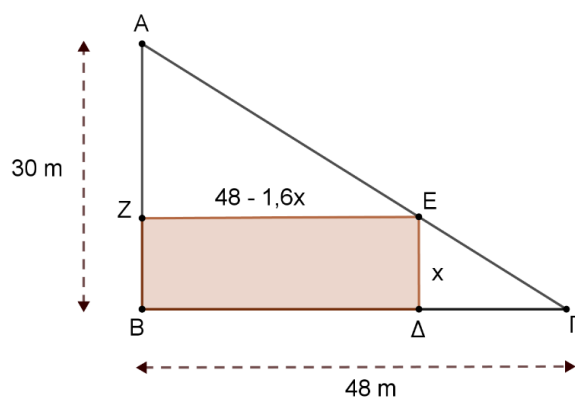
A6. Η Δημοτική Αρχή μιας πόλης προτίθεται να κατασκευάσει ένα ορθογώνιο γήπεδο αντισφαίρισης ($BZE\Delta$) σε ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$, ($\hat{B} = 90^\circ$) όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Οι κάθετες πλευρές του οικοπέδου $B\Gamma$ και AB έχουν μήκη 48m και 30m αντίστοιχα..

(α) Αν $E\Delta = x$ m και $ZE = (48 - 1,6x)$ m, $0 < x < 30$, να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου $BZE\Delta$ δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = 48x - 1,6x^2 \quad (2 \text{ μονάδες})$$

(β) Να βρείτε την τιμή του x για την οποία έχουμε το μέγιστο δυνατό εμβαδόν του ορθογωνίου $BZE\Delta$. (2 μονάδες)

(γ) Αν το γήπεδο αντισφαίρισης κατασκευαστεί με το μέγιστο δυνατό εμβαδόν του, να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα θα απομείνουν για χώρο πρασίνου. (1 μονάδα)



Μέρος Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β΄. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

B1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x$, $x \in [-2, 1]$. Αφού βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες των συντεταγμένων, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα στα οποία είναι κοίλη ή κυρτή και τα σημεία καμπής, να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης.

B2. Με βάση τη συλλογή στοιχείων από την Μονάδα Επιδημιολογικής Επιτήρησης του Υπουργείου Υγείας της Κύπρου για την περίοδο Ιανουαρίου – Ιουνίου 2021, το ποσοστό των εμβολιασμένων ατόμων στην Κύπρο (x) με τουλάχιστον μια δόση και ο αριθμός θανάτων (y) με τελική αιτία τη νόσο COVID-19 παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα:

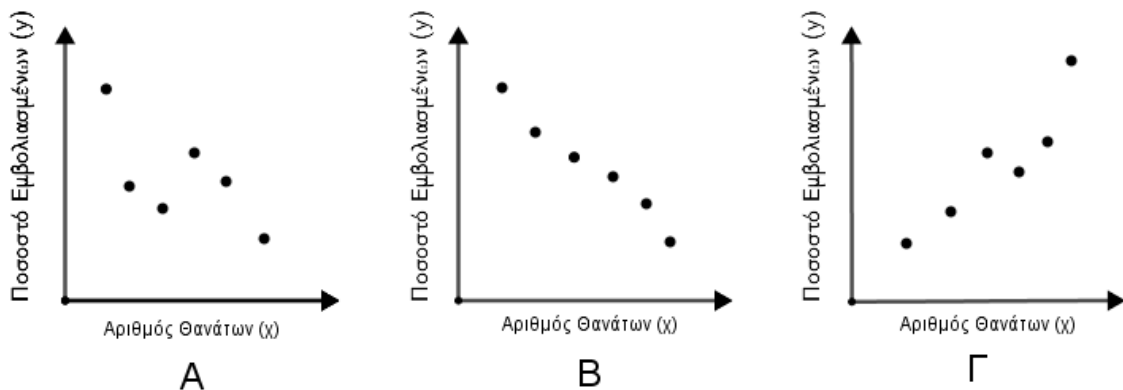
ΜΗΝΑΣ	ΠΟΣΟΣΤΟ ΕΜΒΟΛΙΑΣΜΕΝΩΝ ΑΤΟΜΩΝ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ ΜΕ ΜΙΑ ΔΟΣΗ (x)	ΑΡΙΘΜΟΣ ΘΑΝΑΤΩΝ (y)
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	3	86
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	8	43
ΜΑΡΤΙΟΣ	15	33
ΑΠΡΙΛΙΟΣ	31	66
ΜΑΪΟΣ	52	48
ΙΟΥΝΙΟΣ	65	18

(α) Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε τον συντελεστή συσχέτισης του ποσοστού εμβολιασμένων ατόμων (x) με τον αριθμό θανάτων (y).

(7 μονάδες)

(β) Να επιλέξετε ποιο από τα διαγράμματα Α, Β, Γ αντιπροσωπεύει την πιο πάνω συσχέτιση. Να μεταφέρετε την απάντησή στο τετράδιο εργασιών σας. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(3 μονάδες)



B3. Σε μια καφετέρια ο ρυθμός μεταβολής του πλήθους των πελατών δίνεται από τη σχέση $P'(t) = -8t + 12$, όπου t ο χρόνος σε ώρες, $t \geq 0$. Αν η χρονική στιγμή $t = 0$, κατά την οποία βρίσκονται στην καφετέρια 40 πελάτες, αντιστοιχεί στις 19:00 (7 μμ), τότε:

(α) Να δείξετε ότι $P(t) = -4t^2 + 12t + 40$ (5 μονάδες)

(β) Να βρείτε:

i) Ποια ώρα το πλήθος των πελατών παίρνει μέγιστη τιμή. (2 μονάδες)

ii) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός πελατών στην καφετερία. (1 μονάδα)

iii) Ποια ώρα η καφετέρια αδειάζει εντελώς. (2 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ