

# Μαθηματικά

Α΄  
ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ



ΟΜΑΔΑ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΝΕΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ



## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα μαθηματικά είναι ένα συστηματικό, συνεκτικό, συνεπές και συνεχώς αναπτυσσόμενο σύνολο εννοιών και μεθόδων. Ως επιστήμη, τα μαθηματικά χρησιμοποιούν δική τους γλώσσα και σύμβολα με στόχο τη μοντελοποίηση, την ανάλυση και την ερμηνεία του κόσμου. Τα μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα εμπεριέχουν δημιουργικότητα και φαντασία που είναι απαραίτητα στοιχεία για την ανακάλυψη μοτίβων σχημάτων και αριθμών, την κατανόηση και απόδειξη σχέσεων, την κατασκευή μοντέλων, την ερμηνεία δεδομένων και την επικοινωνία ιδεών και εννοιών. Το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών εδράζεται σε τέσσερις αρχές:

### ΑΡΧΗ 1:

Οι μαθηματικές έννοιες διερευνούνται με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών.

### ΑΡΧΗ 2:

Το αναλυτικό πρόγραμμα δίνει έμφαση στη λύση προβλήματος.

### ΑΡΧΗ 3:

Η τεχνολογία αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης.

### ΑΡΧΗ 4:

Όλοι οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν εμπειρίες μέσα από ένα ποιοτικό πρόγραμμα μαθηματικών.

Οι γενικοί σκοποί της μαθηματικής παιδείας, όπως αναπτύσσονται στο αναλυτικό πρόγραμμα, μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

Οι μαθητές, μέσω της διδασκαλίας των μαθηματικών:

- Εκτιμούν την αξία των μαθηματικών και τη χρησιμότητά τους σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας.
- Αναπτύσσουν την αυτοπεποίθησή τους ότι είναι ικανοί να «κάνουν» μαθηματικά και να αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως μια δημιουργική απασχόληση.
- Αναπτύσσουν τις στάσεις, γνώσεις και δεξιότητες και κατανοούν έννοιες που θα τους βοηθήσουν να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην καθημερινή τους ζωή και απασχόληση και στην ερμηνεία προβλημάτων από διάφορα γνωστικά αντικείμενα.
- Αναπτύσσουν την ικανότητα να επιλύουν προβλήματα με πολλαπλούς τρόπους και την ικανότητα να σκέφτονται και να αποφασίζουν με δημιουργικό και λογικό τρόπο.
- Αναπτύσσουν τις απαραίτητες γνώσεις που απαιτούνται στη σύγχρονη κοινωνία της πληροφορίας.



- Αναπτύσσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες στο χώρο της εργασίας.
- Αναπτύσσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες, για να συνεχίσουν σπουδές σε αντικείμενα στα οποία η χρήση των μαθηματικών είναι απαραίτητη.

Κάθε νέα ενότητα είναι δομημένη ως εξής:

### ➤ Τι θα μάθουμε

Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται οι στόχοι οι οποίοι είναι συγκεκριμένοι και μετρήσιμοι. Οι στόχοι κάθε ενότητας προκύπτουν από τους δείκτες επιτυχίας του Αναλυτικού Προγράμματος. Οι καθηγητές με βάση τους στόχους αυτούς θα προγραμματίσουν και θα σχεδιάσουν τη διδασκαλία της κάθε ενότητας. Με το τέλος της ενότητας οι μαθητές και οι καθηγητές μπορούν να επανέλθουν στους στόχους και να ελέγξουν ποιους από αυτούς έχουν πετύχει και σε ποιο βαθμό.

### ➤ Έχουμε Μάθει

Στην αρχή κάθε ενότητας είναι συγκεντρωμένη η προαπαιτούμενη γνώση την οποία πρέπει να έχουν οι μαθητές για τη νέα ενότητα.

### ➤ Εξερεύνηση

Στις εξερευνήσεις υπάρχουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες. Οι δραστηριότητες αυτές συμβάλλουν:

- στη διαφοροποίηση και εξατομίκευση της διδασκαλίας,
- στην παροχή κινήτρων και στη χαρά της μάθησης,
- στην εννοιολογική διασύνδεση εννοιών,
- στην ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, της δημιουργικότητας και της φαντασίας στα μαθηματικά.

Είναι ανοικτού τύπου.

- Ικανοποιούν τις ανάγκες των μαθητών ανάλογα με το επίπεδό τους.
- Αναπτύσσει την αποκλίνουσα σκέψη.

Διαμέσου των εξερευνήσεων επιτυγχάνεται η σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος, αναπτύσσεται η ικανότητα



των μαθητών για λύση προβλήματος, επεκτείνεται και ολοκληρώνεται η έννοια, παρατίθενται ιστορικά στοιχεία και δίνονται εφαρμογές μαθηματικών εννοιών.

### ➤ Διερεύνηση

Οι διερευνήσεις περιλαμβάνουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές διερευνούν μαθηματικές ιδέες σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και στις οποίες έχουν τη δυνατότητα:

- να διατυπώσουν υποθέσεις,
- να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεών τους και
- να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους.

Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με παραδείγματα, με εποπτικά μέσα ή και ψηφιακά εποπτικά μέσα και με προβλήματα. Οι μαθητές οδηγούνται να κάνουν υποθέσεις, να επαληθεύουν και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.

### ➤ Μαθαίνω

Στο «Μαθαίνω» παρατίθεται η νέα γνώση που πρέπει να κατακτήσει ο μαθητής με το πέρας της μαθησιακής διαδικασίας της κάθε υποενότητας.

### ➤ Παραδείγματα

Τα παραδείγματα που περιέχονται στο διδακτικό βιβλίο έχουν ως σκοπό την καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση της έννοιας στην οποία αναφέρονται.

### ➤ Δραστηριότητες

Οι δραστηριότητες που προτείνονται απευθύνονται σε διαφορετικά επίπεδα μαθητών και αντιστοιχούν, ως επί το πλείστον, στη διδακτέα ύλη της συγκεκριμένης ενότητας. Αποφεύγουν τις πολύπλοκες διαδικασίες υπολογισμών, οι οποίες επιβραδύνουν τον ρυθμό της διδασκαλίας και δεν συμβάλλουν στην επίτευξη των σκοπών της διδασκαλίας. Οι καθηγητές πρέπει κατά τη διδασκαλία μιας ενότητας να λαμβάνουν υπόψη τις ατομικές διαφορές των μαθητών και τα ιδιαίτερα γνωρίσματα που μπορεί να έχει η τάξη τους και κάθε φορά να επιλέγουν τις κατάλληλες δραστηριότητες τόσο για την κατανόηση της ενότητας όσο και για την περαιτέρω εμβάθυνση της.



Οι δραστηριότητες των υποενοτήτων, όπως και οι δραστηριότητες Ενότητας, δεν περιορίζονται σε απλούς υπολογισμούς, αλλά περιλαμβάνουν διάφορα είδη δραστηριοτήτων.

Υπάρχουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές καλούνται να αποφανθούν κατά πόσο προτάσεις είναι ορθές ή ακόμη κατά πόσο αυτές οι προτάσεις αυτές είναι κάποτε ορθές. Πολλές δραστηριότητες, επίσης, επιδέχονται περισσότερες από μία λύσεις, οπότε είναι αναγκαίο οι μαθητές να εξετάζουν κατά πόσο υπάρχουν περισσότερες από μία λύσεις πριν δώσουν την τελική τους απάντηση.

Οι δραστηριότητες είναι ενδεικτικές και αντιστοιχούν στους δείκτες επιτυχίας και αποτελούν παραδείγματα εμπειριών που οι μαθητές αναμένεται να αποκτήσουν από την καθημερινή επαφή τους με τις μαθηματικές έννοιες. Στόχος των ενδεικτικών δραστηριοτήτων είναι από τη μια η αποσαφήνιση των δεικτών επιτυχίας και από την άλλη αποτελούν εισηγήσεις προς τους εκπαιδευτικούς για έννοιες και προβλήματα που είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουν κατά τη διάρκεια των μαθημάτων τους. Τονίζεται ότι η αντιστοίχιση των ενδεικτικών δραστηριοτήτων με τους δείκτες επιτυχίας δεν είναι αποκλειστική ή μοναδική, με την έννοια ότι οι ίδιες δραστηριότητες είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη πολλαπλών δεικτών επιτυχίας. Σε καμιά όμως περίπτωση οι ενδεικτικές δραστηριότητες δεν πρέπει να θεωρηθούν ότι περιορίζουν τους εκπαιδευτικούς στη διαδικασία της διδασκαλίας - μάθησης. Αντίθετα, οι εκπαιδευτικοί παροτρύνονται να σχεδιάζουν και να εφαρμόζουν δραστηριότητες που πιστεύουν ότι εξυπηρετούν τις ανάγκες των μαθητών τους.

### ➤ Δραστηριότητες Ενότητας

Οι δραστηριότητες Ενότητας έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε όλοι οι μαθητές να έχουν μία ακόμη ευκαιρία να εφαρμόσουν τις έννοιες που έχουν διδαχθεί.

Οι δραστηριότητες ενότητας αποτελούν παραδείγματα δραστηριοτήτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδασκαλίας τους. Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να διαφοροποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς και να χρησιμοποιηθούν με πολλούς άλλους τρόπους. Επιπρόσθετα, οι δραστηριότητες ενότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς για την αξιολόγηση ενός εύρους ικανοτήτων των μαθητών τους, όπως η ικανότητα των μαθητών να συλλέγουν δεδομένα, η ικανότητα να παρουσιάζουν τα επιχειρήματά τους, η ικανότητα να προσεγγίζουν διαισθητικά τη λύση προβλημάτων. Πολλές από τις δραστηριότητες συνδυάζουν διαφορετικές περιοχές των Μαθηματικών (π.χ. Γεωμετρία - Άλγεβρα).



Υπάρχουν, επίσης, θέματα τα οποία απευθύνονται σε διαφορετικά επίπεδα μαθητών, καθώς η προαγωγή της διαφοροποίησης αποτελεί στόχο του Α.Π..

Με βάση τις δραστηριότητες αυτές οι εκπαιδευτικοί αναμένεται να κατασκευάσουν τις δικές τους δραστηριότητες για συντρέχουσα και τελική αξιολόγηση των μαθητών τους.

### ➤ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

Οι δραστηριότητες εμπλουτισμού περιλαμβάνουν όχι μόνο επέκταση ενός συγκεκριμένου θέματος αλλά κυρίως αναφέρονται σε ευκαιρίες που δίνονται στους μαθητές να εμβαθύνουν σε θέματα που τους ενδιαφέρουν. Στις δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνεται, επίσης, η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν με πρότζεκτ διαφορετικής θεματολογίας ανάλογα με τα ενδιαφέροντα των μαθητών. Ο κατάλογος των θεμάτων που προτείνονται στις δραστηριότητες εμπλουτισμού είναι ενδεικτικός και επομένως οι εκπαιδευτικοί, κάνοντας χρήση της σύγχρονης τεχνολογίας, μπορούν να προτείνουν τόσο δραστηριότητες όσο και άλλα θέματα για πρότζεκτ στους μαθητές τους.

Επιπρόσθετα, οι δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνουν τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να ασχοληθούν με δραστηριότητες και ευρύτερα θέματα σχετικά με τις υπό ανάπτυξη μαθηματικές έννοιες. Για το σκοπό αυτό, οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνονται σε πολλές περιπτώσεις να χρησιμοποιήσουν τις δραστηριότητες εμπλουτισμού, για να παροτρύνουν τους μαθητές τους στη διερεύνηση μαθηματικών εννοιών σε ένα ευρύτερο πλαίσιο. Τέλος, πολλές από τις δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνουν τη δυνατότητα στους χαρισματικούς μαθητές να επιλύσουν πιο ελκυστικά προβλήματα, συμβάλλοντας με αυτό τον τρόπο στην περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών τους ικανοτήτων.



## ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ: Από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο

### Εισηγήσεις:

Οι μαθητές ανακαλούν προαπαιτούμενες γνώσεις από το Δημοτικό αναγκαίες για την οικοδόμηση και θεμελίωση των Μαθηματικών εννοιών του Γυμνασίου. Οι προτεινόμενες δραστηριότητες περιορίζονται στις πιο βασικές πυρηνικές γνώσεις.

#### ● **Αριθμοί – Πράξεις Αριθμών**

Μέσα από τις δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 και 7, οι μαθητές μπορούν να ανακαλούν την έννοια της αξίας θέσης ψηφίου, την έννοια του φυσικού αριθμού και τον διαχωρισμό των φυσικών αριθμών σε άρτιους και περιττούς.

Η δραστηριότητα 5 πραγματεύεται βασικές έννοιες στατιστικής, που έχουν διδαχθεί στο δημοτικό σχολείο.

Οι τέσσερις πράξεις φυσικών και δεκαδικών αριθμών, όπως και η σύγκριση αριθμών είναι γνωστές από το Δημοτικό (δραστηριότητες 6, 8, 9, 10, 11, 12 και 13).

Γνωστές είναι και οι βασικές ιδιότητες των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική, επιμεριστική (δραστηριότητες 14-18)).

#### ● **Κλασματικοί Αριθμοί**

Οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους στους κλασματικούς αριθμούς, μέσα από δραστηριότητες σύγκρισης (δραστηριότητα 1) και απλών πράξεων (δραστηριότητα 3 και 6).

Είναι χρήσιμο οι μαθητές να μην περιοριστούν σε αλγοριθμικές δραστηριότητες, αλλά να συνδέσουν την έννοια του κλάσματος με γεωμετρικές αναπαραστάσεις (δραστηριότητα 2) και να επιλύουν προβλήματα τα οποία εμπεριέχουν την έννοια του κλάσματος (δραστηριότητες 4, 5, 7, 8, 9 και 10).

#### ● **Μέτρηση Τριγώνων και Τετραπλεύρων**

Μέσα από τις δραστηριότητες 1, 3 και 4 οι μαθητές ανακαλούν βασικές γνώσεις γύρω από την έννοια εμβαδού και της περιμέτρου γεωμετρικών σχημάτων.

Οι δραστηριότητες 2, 5, 6 και 7 προτείνουν προβλήματα της καθημερινότητας.





**ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Σύνολα****Δείκτες επιτυχίας:**

- Επιλύουν προβλήματα χρησιμοποιώντας την έννοια του συνόλου, του πληθικού αριθμού, του «ανήκειν», της τομής, της ένωσης και του συμπληρωματικού συνόλου.Α4.16.
- Αναπαριστούν και επιλύουν προβλήματα με τη χρήση Βέννειων διαγραμμάτων.Α4.17.
- Ορίζουν και εφαρμόζουν τις βασικές συνολοθεωρητικές έννοιες, όπως υποσύνολο, ισότητα συνόλων και αναφέρουν βασικές σχέσεις, όπως η ανακλαστική, η μεταβατική, η συμμετρική, η αντισυμμετρική, η σχέση ισοδυναμίας και διάταξης.Αρ6.6.
- Ορίζουν και εφαρμόζουν τις βασικές συνολοθεωρητικές πράξεις, όπως τομή, ένωση, συμπλήρωμα, διαφορά.Αρ6.7.
- Εφαρμόζουν την έννοια του συνόλου, τις ιδιότητες και τις πράξεις συνόλων στην επίλυση προβλημάτων.Αρ6.14.

**Τι θα μάθουμε:**

- Να μεταφράζουμε, να ορίζουμε και να εφαρμόζουμε τις βασικές έννοιες των συνόλων, όπως το υποσύνολο και η ισότητα των συνόλων.
- Να ορίζουμε και να εφαρμόζουμε τις βασικές πράξεις των συνόλων, όπως της τομής και της ένωσης.
- Να εφαρμόζουμε την έννοια του συνόλου και τις πράξεις των συνόλων στην επίλυση προβλημάτων.

**Περιεχόμενα ενότητας:**

- **Η έννοια του Συνόλου**
- **Σχέσεις Συνόλων**
- **Πράξεις Συνόλων**



## Εισηγήσεις:

Βασικός στόχος της ενότητας είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την έννοια του συνόλου, συνδέοντας την με την εμπειρική γνώση που ήδη κατέχουν από το Δημοτικό. Θα μάθουν τους τρόπους αναπαράστασης των συνόλων και να χρησιμοποιούν τα κατάλληλα σύμβολα. Δεν αποτελεί στόχο της ενότητας η περαιτέρω επέκταση και η διεξοδική εξάντληση των Συνόλων. Συνιστάται να μην γίνει εμβάθυνση πέρα από το επίπεδο που προσδιορίζουν οι προτεινόμενες δραστηριότητες.

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

### ➤ **Η έννοια του Συνόλου**

- Μέσα από την προτεινόμενη διερεύνηση, οι μαθητές θα ανακαλύψουν την έννοια του συνόλου. Θα αντιληφθούν την έννοια της καλώς ορισμένης συλλογής διαφορετικών αντικειμένων και θα αναγνωρίσουν διαφορετικούς τρόπους αναπαράστασης ενός συνόλου (περιγραφή και αναγραφή).
- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές θα εφαρμόσουν τις γνώσεις τους σε σχέση με τους τρόπους αναπαράστασης συνόλων.

Οι δραστηριότητες 3 και 5 αφορούν τη χρήση των συμβόλων «ανήκει και δεν ανήκει».

Η δραστηριότητα 4 είναι πιο ανοικτή δραστηριότητα με πολλές και διαφορετικές απαντήσεις.

Είναι σημαντικό στην πρώτη αυτή υποενότητα, να ορισθεί το σύνολο των φυσικών αριθμών  $\mathbb{N}$  αλλά και το  $\mathbb{N}_0$ .

### ➤ **Σχέσεις Συνόλων**

- Βασικός στόχος της προτεινόμενης διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τη σχέση συνόλου – υποσυνόλου που μπορούν να έχουν δύο ή περισσότερα σύνολα. Η σχέση αυτή, αλλά και η έννοια της ισότητας δύο ή περισσότερων συνόλων, είναι αναγκαία για την κατανόηση των εννοιών και του ορισμού των συνόλων των Φυσικών, των Ακεραίων και Ρητών αριθμών.
- Οι προτεινόμενες δραστηριότητες 1, 2, 5 και 6 διαπραγματεύονται την έννοια του υποσυνόλου.



Οι δραστηριότητες 3 και 4 αναφέρονται στην έννοια της ισότητας.

Στη δραστηριότητα 4 γίνεται μια πρώτη αναφορά στη χρήση αντιπαραδείγματος.

➤ **Πράξεις Συνόλων**

● Μέσα από τη μελέτη των δεδομένων της διερεύνησης, οι μαθητές θα ανακαλύψουν ότι τα δύο σύνολα έχουν κοινά στοιχεία και θα προτείνουν τρόπους, για να παρουσιάσουν τα δεδομένα με τη βοήθεια Βέννειου διαγράμματος.

● Οι πράξεις συνόλων μέσα από τις δραστηριότητες 1, 4, 5 και 6 θα περιοριστούν στις έννοιες της τομής και της ένωσης συνόλων, έννοιες που είναι προαπαιτούμενες για τις επόμενες ενότητες (π.χ. κοινά πολλαπλάσια).

Οι δραστηριότητες 2, 8, 9, 10 και 12 απαιτούν ένα μεγαλύτερο βαθμό κατανόησης των εννοιών της ένωσης και της τομής συνόλων.

Στις δραστηριότητες 3, 7 και 11 οι μαθητές βρίσκουν το συμπλήρωμα ενός συνόλου ως προς συγκεκριμένο σύνολο αναφοράς.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες ενότητας οι 1 και 2 ζητείται η μετάβαση από έναν τρόπο παράστασης ενός συνόλου σε έναν άλλο και ζητείται ο πληθικός τους αριθμός.

Στις δραστηριότητες 3 και 6 οι μαθητές εφαρμόζουν σχέσεις συνόλων.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές εφαρμόζουν τις πράξεις συνόλων.

Οι δραστηριότητες 7, 8 και 9 αποτελούν συνδυασμό των πιο πάνω περιπτώσεων.

Σε ορισμένες περιπτώσεις ζητείται η εξαγωγή συμπερασμάτων, όπως για παράδειγμα στη δραστηριότητα 10.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Οι δραστηριότητες 1, 2, 3, 4 και 6 αποτελούν συνδυαστικές ασκήσεις του κεφαλαίου.



Στις δραστηριότητες 5, 7 και 8, οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία να εξοικειωθούν με προβλήματα της καθημερινότητας.

Η δραστηριότητα 8 του εμπλουτισμού, μπορεί να προταθεί ως ομαδική εργασία για συλλογή και παρουσίαση των δεδομένων που αφορούν το μεταφορικό μέσο που χρησιμοποιούν οι μαθητές για τη μετάβασή τους στο σχολείο. Η δραστηριότητα αυτή μπορεί να δώσει αφορμή σε μελλοντικό στάδιο για συζήτηση και προβληματισμό για τα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα σε σχέση και με άλλες μεθόδους παρουσίασης δεδομένων, που θα μελετήσουν στην ενότητα Στατιστική – Πιθανότητες αργότερα.

### *Σημείωση:*

Στην ενότητα αυτή δεν ενδείκνυται να γίνει διαγώνισμα.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Αριθμοί****Δείκτες επιτυχίας:**

- Επεξηγούν την έννοια της δύναμης και της τετραγωνικής ρίζας, υπολογίζουν τις θετικές δυνάμεις ακέραιων αριθμών, εκφράζουν ακέραιους αριθμούς σε μορφή δύναμης και υπολογίζουν την τετραγωνική ρίζα τετράγωνων αριθμών.Αρ4.2.
- Ορίζουν τι είναι σύστημα αρίθμησης φυσικών αριθμών με οποιαδήποτε βάση και μετατρέπουν αριθμούς από ένα σύστημα αρίθμησης σε άλλο.Αρ5.8.
- Κάνουν εκτιμήσεις του αποτελέσματος μιας πράξης και ελέγχουν τη λογικότητα των απαντήσεών τους.Αρ5.18.
- Επιλύουν προβλήματα που αναφέρονται σε συστήματα αρίθμησης.Αρ5.19.
- Κατανοούν την έννοια της μεταβλητής και ερμηνεύουν και επεξηγούν σχέσεις μεταξύ μεταβλητών.Α3.2.
- Επιλύουν προβλήματα βρίσκοντας τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και εκφράζουν το νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.Α4.1.
- Συνδυάζουν αλγεβρικές εκφράσεις με δύο ή περισσότερες μεταβλητές, για την εξαγωγή συμπερασμάτων.Α4.11.
- Επιλύουν εξισώσεις και ανισώσεις πρώτου βαθμού αλγεβρικά και

**Θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε τι είναι δύναμη ενός αριθμού και να υπολογίζουμε παραστάσεις με δυνάμεις, εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων.
- Να ορίζουμε τι είναι σύστημα αρίθμησης φυσικών αριθμών με οποιαδήποτε βάση και να μετατρέπουμε αριθμούς από το δυαδικό στο δεκαδικό σύστημα και αντίστροφα.
- Να επιλύουμε προβλήματα που αναφέρονται στο δυαδικό και στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.
- Να μεταφράζουμε αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.
- Να επιλύουμε εξισώσεις πρώτου βαθμού αλγεβρικά, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων.
- Να συνδυάζουμε αλγεβρικές εκφράσεις με δύο ή περισσότερες μεταβλητές για την εξαγωγή συμπερασμάτων.
- Να επιλύουμε και να κατασκευάζουμε αριθμητικά και αλγεβρικά προβλήματα.
- Να βρίσκουμε τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, να περιγράφουμε λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και να εκφράζουμε τον νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική



<p>γραφικά, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων, με ή χωρίς τεχνολογία και χρησιμοποιούν τις εξισώσεις και ανισώσεις στην επίλυση προβλημάτων.A4.12.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Μεταφράζουν αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.A4.13.</li> <li>➤ Επιλύουν και κατασκευάζουν αριθμητικά και αλγεβρικά προβλήματα ρουτίνας και διαδικασίας.A4.14.</li> <li>➤ Επεξηγούν την προτεραιότητα και τις ιδιότητες των πράξεων αλγεβρικά και γεωμετρικά και τις χρησιμοποιούν, για να απλοποιούν παραστάσεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.A4.15.</li> <li>➤ Χρησιμοποιούν μοτίβα, καθώς και αριθμητικές και γεωμετρικές προόδους προς επίλυση προβλημάτων.A5.1.</li> </ul>	<p>μορφή.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Να επεξηγούμε την προτεραιότητα και τις ιδιότητες των πράξεων αλγεβρικά και γεωμετρικά και να τις χρησιμοποιούμε, για να απλοποιούμε παραστάσεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.</li> <li>➤ Να κάνουμε εκτιμήσεις του αποτελέσματος μιας πράξης και να ελέγχουμε τη λογικότητα των απαντήσεών τους.</li> </ul>
---	--

### Περιεχόμενα ενότητας:

- **Δυνάμεις**
- **Συστήματα Αρίθμησης**
- **Αλγεβρικές Παραστάσεις**
- **Αριθμητική Τιμή Αλγεβρικής Παράστασης**
- **Ισότητα – Ιδιότητες Ισοτήτων**
- **Η Έννοια της Εξίσωσης**

### Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές θα διαπραγματευτούν την έννοια των δυνάμεων, της αλγεβρικής παράστασης και της εξίσωσης (επίλυση απλών εξισώσεων πρώτου βαθμού με τη χρήση ιδιοτήτων των ισοτήτων και πράξεων). Τα συστήματα αρίθμησης δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές να εφαρμόσουν τις δυνάμεις, αλλά και να κατανοήσουν πλήρως την έννοια της αξίας θέσης ψηφίου (η υποενότητα των συστημάτων



αρίθμησης να προσεγγιστεί ως εφαρμογή των δυνάμεων και να μην δοθεί περισσότερη έκταση από ότι προτείνεται).

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

#### ➤ **Δυνάμεις**

- Στόχος της εξερεύνησης και της διερεύνησης είναι οι μαθητές να ανακαλύψουν την ανάγκη της ύπαρξης συμβολισμού για επαναλαμβανόμενα γινόμενα. Θα προβληματιστούν για τον τρόπο αύξησης του αποτελέσματος όσο αυξάνεται ο εκθέτης της δύναμης (π.χ.  $2^{10}$ ,  $2^{20}$ , ...,  $2^{64}$ ).  
Στη συγκεκριμένη διερεύνηση θα μπορούσαν να τεθούν ερωτήματα, όπως:
  - Ποια σχέση έχουν οι αριθμοί  $2^{10}$  και  $2^{20}$ ;
  - Αν γνωρίζω ότι  $2^{10} = 1024$ , πώς μπορώ χωρίς υπολογιστική να υπολογίσω το  $2^{20}$ ;
- Για εννοιολογική κατανόηση προτείνονται οι δραστηριότητες 1, 3 και 4, στις οποίες οι μαθητές καλούνται να εξετάσουν κατά πόσο ένας αριθμός μπορεί να γραφεί ως δύναμη με διαφορετικούς τρόπους.

Οι δραστηριότητες 2, 6, 9, 10, 11 και 12, έχουν ως βασικό στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να υπολογίζουν παραστάσεις με δυνάμεις, εφαρμόζοντας την προτεραιότητα πράξεων, όπου χρειάζεται, την οποία έχουν ήδη εφαρμόσει σε αριθμητικές παραστάσεις φυσικών και κλασματικών αριθμών στο Δημοτικό.

Η δραστηριότητα 5 είναι μια πρώτη εξοικείωση των μαθητών με τη χρήση της υπολογιστικής μηχανής για τον υπολογισμό δυνάμεων.

Τα προβλήματα που προτείνονται στις δραστηριότητες 7 και 8, εξετάζουν τη σύγκρισή δυνάμεων σε καθημερινή κατάσταση.

#### ➤ **Συστήματα Αρίθμησης**

- Στην εξερεύνηση οι μαθητές καλούνται να μελετήσουν διαφορετικά αριθμητικά συστήματα με βάση το δέκα και να τα συγκρίνουν με το δεκαδικό σύστημα που χρησιμοποιείται σήμερα. Με το τελευταίο ερώτημα της εξερεύνησης αυτής, οι μαθητές θα αντιληφθούν την αναγκαιότητα της αξίας θέσης ψηφίου.



- Στόχος της προτεινόμενης διερεύνησης είναι οι μαθητές να γνωρίσουν ότι υπάρχουν και άλλα συστήματα αρίθμησης, εκτός από το δεκαδικό. Θα ανακαλύψουν το δυαδικό σύστημα και ότι κάθε αριθμός του δεκαδικού μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δυνάμεων του 2.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές θα αντιληφθούν την αναγκαιότητα της αξίας θέσης ψηφίου.

Μέσα από τη δραστηριότητα 2 οι μαθητές θα εξοικειωθούν με τον τρόπο γραφής ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές μετατρέπουν έναν αριθμό από το δεκαδικό σύστημα στο δυαδικό σύστημα και αντίστροφα.

Οι δραστηριότητες 5, 6 και 7 δεν περιορίζονται μόνο στον αλγόριθμο μετατροπής από το ένα σύστημα στο άλλο, αλλά εξετάζουν κατά πόσο οι μαθητές έχουν κατανοήσει την έννοια του δυαδικού συστήματος αρίθμησης.

#### ➤ **Αλγεβρικές Παραστάσεις**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τις σχέσεις ανάμεσα στους αριθμούς. Καλούνται να παρατηρήσουν και να περιγράψουν σχέσεις ανάμεσα σε τέσσερις συγκεκριμένους αριθμούς όπως παρουσιάζονται στο ημερολόγιο (γίνεται συγκεκριμένη περιγραφή της τετράδας των αριθμών) και ακολούθως να εξετάσουν κατά πόσο οι σχέσεις αυτές διατηρούνται και για άλλες αντίστοιχες τετράδες. Οι μαθητές στην προσπάθεια γενίκευσης, θα αντιληφθούν την αναγκαιότητα χρήσης της μεταβλητής στα Μαθηματικά. Ζητείται, επίσης, από τους μαθητές να κάνουν επέκταση και σε τετράδες που είναι κορυφές ορθογωνίου και να εντοπίσουν και άλλα πιθανά μοτίβα, τα οποία εμφανίζονται σε ένα ημερολόγιο.

Η διερεύνηση (2) έχει ως στόχο οι μαθητές να ανακαλύψουν, μέσω επαγωγικής διαδικασίας τη σχέση η οποία συνδέει το πλήθος των μεταλλικών ράβδων με το μήκος των δοκών (όπως φαίνεται στην εικόνα) και να καταλήξουν στον αντίστοιχο τύπο. Στη συνέχεια, αφού μελετήσουν δύο διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού του τύπου, θα παρατηρήσουν ότι μία αλγεβρική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί εφαρμόζοντας ιδιότητες των πράξεων.





- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές απλοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις.

Στις δραστηριότητες 5, 6, 7, 8, 9 και 10 οι μαθητές μεταφράζουν λεκτικές μαθηματικές προτάσεις σε συμβολικές.

Είναι σημαντικό οι μαθητές να περάσουν και από την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή από τη συμβολική μορφή στη λεκτική μορφή (δραστηριότητες 6β, 6ζ). Αυτή η δεξιότητα είναι αναγκαία αργότερα στην κατασκευή και στην επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξίσωσης.

#### ➤ **Αριθμητική Τιμή Αλγεβρικής Παράστασης**

- Η διερεύνηση (1) προκαλεί τον προβληματισμό των μαθητών για το πώς μπορούν να υπολογίσουν τον νιοστό όρο ενός μοτίβου, χωρίς να χρειάζεται προηγουμένως να υπολογίσουν τους προηγούμενους του όρους. Τους δίνει επίσης την ευκαιρία να προβληματιστούν πώς διαφορετικές αλγεβρικές παραστάσεις δίνουν τις ίδιες αριθμητικές τιμές για τις ίδιες τιμές της μεταβλητής.

Οι μαθητές μέσα από τη διερεύνηση (2) θα κατασκευάσουν αλγεβρική παράσταση που ορίζεται με τη χρήση δύο μεταβλητών. Τα διάφορα ερωτήματα οδηγούν στον υπολογισμό της αριθμητικής τιμής της αλγεβρικής παράστασης.

- Στις δραστηριότητες 1, 3, 4, 5 και 8 οι μαθητές κατασκευάζουν αλγεβρικές παραστάσεις και ακολούθως υπολογίζουν αριθμητικές τιμές.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν την τιμή της αλγεβρικής παράστασης για συγκεκριμένες τιμές.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές χρησιμοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις για την περιγραφή ενός συνόλου.

#### ➤ **Ισότητα – Ιδιότητες Ισοτήτων**

- Μέσα από την εξερεύνηση και τη διερεύνηση που προτείνονται, οι μαθητές ανακαλύπτουν τις βασικές ιδιότητες των ισοτήτων. Αυτό θα τους βοηθήσει αργότερα στην επίλυση απλών εξισώσεων πρώτου βαθμού.
- Όλες οι δραστηριότητες απαιτούν εφαρμογή απλών ιδιοτήτων, για να ανακαλύψουν ή να αποδείξουν οι μαθητές νέες ισότητες.



Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ισοτήτων σε προβλήματα καθημερινής ζωής.

➤ **Η Έννοια της Εξίσωσης**

- Η διερεύνηση (1) προτείνει την επίλυση μίας εξίσωσης με το μοντέλο των πλακιδίων. Οι μαθητές καλούνται να εξετάσουν κατά πόσο εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των ισοτήτων που έχουν μάθει, μπορούν να προκύψουν ισοδύναμες εξισώσεις και να καταλήξουν με αυτό τον τρόπο στην επίλυση μίας ισοδύναμης, πιο απλής εξίσωσης.

Η διερεύνηση (2) αφορά την επίλυση μιας εξίσωσης μέσα από το μοντέλο της ζυγαριάς.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο ένας αριθμός είναι λύση μιας εξίσωσης.

Στις δραστηριότητες 2, 3, και 6 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές αντιλαμβάνονται πότε δύο εξισώσεις ονομάζονται ισοδύναμες.

Η δραστηριότητα 5 περιλαμβάνει την αντίστροφη διαδικασία. Προτείνουν, δηλαδή, οι μαθητές πέντε εξισώσεις με λύση τον αριθμό 10.

Η δραστηριότητα 7 αποτελεί μια οπτική αναπαράσταση της επίλυσης μιας εξίσωσης με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των ισοτήτων. Μέσα από ένα σχηματικό μοντέλο, οι μαθητές βοηθούνται στη βαθύτερη κατανόηση της διαδικασίας της επίλυσης εξίσωσης.

Στις δραστηριότητες 8-18 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα της καθημερινής ζωής με τη βοήθεια εξίσωσης.

Οι μαθητές θα κληθούν να εκτελέσουν την αντίστροφη διαδικασία στη δραστηριότητα 19, κατασκευάζοντας πρόβλημα από δεδομένη εξίσωση.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο ένας αριθμός είναι λύση μιας εξίσωσης.



Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές συγκρίνουν δυνάμεις.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές γράφουν αριθμούς υπό μορφή δύναμης.

Στις δραστηριότητες 5, 6 και 19 οι μαθητές υπολογίζουν την τιμή αριθμητικών και αλγεβρικών παραστάσεων.

Στις δραστηριότητες 7, 8 και 21 οι μαθητές μετατρέπουν αριθμούς από το δυαδικό στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης και αντίστροφα.

Στις δραστηριότητες 9, 10, 11 και 13 οι μαθητές κατασκευάζουν αλγεβρικές παραστάσεις είτε παρατηρώντας μοτίβα, είτε μεταφράζοντας λεκτικές προτάσεις σε συμβολικές.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές κατασκευάζουν εξισώσεις, μετατρέποντας λεκτικές προτάσεις σε μαθηματικές εκφράσεις.

Στις δραστηριότητες 14, 15, 17, 18 και 20 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια εξίσωσης.

Τέλος, οι μαθητές θα κληθούν να εκτελέσουν την αντίστροφη διαδικασία στη δραστηριότητα 16, κατασκευάζοντας πρόβλημα από δεδομένη εξίσωση.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1, 2 και 7 οι μαθητές κατασκευάζουν αλγεβρικές παραστάσεις μέσω αλγοριθμικών διαδικασιών.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές εφαρμόζουν ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσουν την αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης σε ένα πρόβλημα με γεωμετρικά σχήματα.

Οι δραστηριότητες 4, 5, και 6 είναι προβλήματα που αναφέρονται σε συστήματα αρίθμησης πέραν του δυαδικού και του δεκαδικού.

**Σημείωση:**

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Διαιρετότητα****Δείκτες επιτυχίας:**

- Διατυπώνουν αιτιολογούν και εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 και 25.Αρ4.3.
- Ορίζουν την τέλεια διαίρεση στους φυσικούς αριθμούς, αναφέρουν, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες της διαιρετότητας και τα κριτήρια διαιρετότητας.Αρ5.1.
- Αναφέρουν πότε ένας φυσικός αριθμός είναι πρώτος και εφαρμόζουν το κόσκινο του Ερατοσθένη, για να βρίσκουν τους πρώτους αριθμούς.Αρ5.2.
- Διερευνούν και αποδεικνύουν την εύρεση του Μ.Κ.Δ δύο φυσικών αριθμών με τον Ευκλείδειο αλγόριθμο και ορίζουν τους σχετικά πρώτους αριθμούς.Αρ5.3.
- Διερευνούν, ορίζουν, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες του Μ.Κ.Δ και Ε.Κ.Π φυσικών αριθμών.Αρ5.4.
- Αναλύουν έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (κανονική μορφή) και αποδεικνύουν το θεμελιώδες θεώρημα της αριθμητικής, ότι για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει μία μοναδική αναπαράσταση σε γινόμενο πρώτων.Αρ5.7.
- Εφαρμόζουν την Ευκλείδεια Διαίρεση

**Θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε και να εφαρμόζουμε την Ευκλείδεια Διαίρεση.
- Να ορίζουμε την τέλεια διαίρεση στους φυσικούς αριθμούς.
- Να εφαρμόζουμε τις έννοιες και τις ιδιότητες των διαιρετών και των πολλαπλασίων ενός αριθμού στη επίλυση προβλημάτων.
- Να διατυπώνουμε, να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε τις ιδιότητες της διαιρετότητας και τα κριτήρια της διαιρετότητας.
- Να ορίζουμε τους πρώτους, τους σύνθετους αριθμούς και τους σχετικά πρώτους αριθμούς.
- Να αναλύουμε ένα σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Να ορίζουμε, να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε τις ιδιότητες του ΜΚΔ και του ΕΚΠ των φυσικών αριθμών.
- Να διερευνούμε και να εφαρμόζουμε έννοιες από τη θεωρία αριθμών στην επίλυση προβλημάτων.



στην επίλυση προβλημάτων.Αρ5.26.

- Διερευνούν και εφαρμόζουν έννοιες από τη θεωρία αριθμών (παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών, πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί, διαιρετότητα, εύρεση Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π.) στην επίλυση προβλημάτων.Αρ5.27.

*Περιεχόμενα ενότητας:*

- **Ευκλείδεια Διαίρεση**
- **Ιδιότητες των Διαιρετών**
- **Κριτήρια Διαιρετότητας**
- **Πρώτοι Αριθμοί και Σύνθετοι Αριθμοί**
- **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης και Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο Αριθμών**

*Εισηγήσεις:*

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές θα ανακαλύψουν την Ευκλείδεια διαίρεση, θα ορίσουν το διαιρέτη, το διαιρετέο και το πηλίκο μιας διαίρεσης και θα εξετάσουν κατά πόσο μια διαίρεση είναι τέλεια. Θα επανατοποθετήσουν τις έννοιες διαιρέτης και πολλαπλάσιο μέσα σε ένα πιο φορμαλιστικό πλαίσιο, χρησιμοποιώντας μαθηματική ορολογία και το συμβολισμό  $\beta|α$ . Θα ορίσουν τους άρτιους και τους περιττούς αριθμούς. Θα εφαρμόσουν τις ιδιότητες των διαιρετών και θα γνωρίσουν τα κριτήρια διαιρετότητας με συγκεκριμένους αριθμούς. Οι μαθητές καλούνται να αναλύσουν αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και να εξετάσουν κατά πόσο ένας αριθμός είναι πρώτος. Μέσα από προβλήματα της καθημερινότητας, οι μαθητές ανακαλύπτουν την ανάγκη εύρεσης του Μ.Κ.Δ. και του Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

- **Ευκλείδεια Διαίρεση**
  - ◆ Στόχος της εξερεύνησης είναι οι μαθητές να ανακαλύψουν την ανάγκη χρήσης της Ευκλείδειας διαίρεσης, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα καθημερινότητας.



- Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν την Ευκλείδεια Διαίρεση, για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος και να εξηγήσουν τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν.
- Οι δραστηριότητες 1, 2 και 3 είναι εφαρμογές της Ευκλείδειας Διαίρεσης.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές εξετάζουν το πλήθος των διαιρετών συγκεκριμένων αριθμών.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές εξετάζουν την ορθότητα προτάσεων που αφορούν τη διαιρετότητα.

Οι δραστηριότητες 6-11 είναι προβλήματα, στα οποία χρησιμοποιείται είτε η Ευκλείδεια Διαίρεση είτε οι έννοιες των διαιρετών και των πολλαπλασίων ενός αριθμού.

#### ➤ **Ιδιότητες των Διαιρετών**

- Στόχος της προτεινόμενης διερεύνησης είναι οι μαθητές να ανακαλύψουν τις ιδιότητες των διαιρετών, χρησιμοποιώντας ένα πρόβλημα της καθημερινότητας.
- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των διαιρετών.

Οι δραστηριότητες 5, 6 και 9 είναι εφαρμογές των ιδιοτήτων των διαιρετών σε αποδείξεις. Επιπλέον, στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές χρησιμοποιούν αντιπαραδείγματα, για να αποδείξουν ότι οι συγκεκριμένες προτάσεις δεν γενικεύονται για όλους τους φυσικούς αριθμούς.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των διαιρετών, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα καθημερινότητας.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές αξιοποιούν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στα σύνολα, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα διαιρετότητας.

#### ➤ **Κριτήρια Διαιρετότητας**

- Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να ανακαλύψουν το κριτήριο διαιρετότητας με το 4, παρατηρώντας τις χρονολογίες που έγιναν ή θα γίνουν Ολυμπιακοί αγώνες.



- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας.

Στις δραστηριότητες 5, 6, 7, 9 10 και 13 οι μαθητές εφαρμόζουν κριτήρια διαιρετότητας, για να επιλύσουν προβλήματα.

Στις δραστηριότητες 8, 11, 12 και 14 οι μαθητές αποδεικνύουν προτάσεις, εφαρμόζοντας κριτήρια διαιρετότητας.

### ➤ **Πρώτοι Αριθμοί και Σύνθετοι Αριθμοί**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να οριστούν οι πρώτοι αριθμοί και να προκύψει η ανάγκη τρόπου εύρεσης των πρώτων αριθμών. Χρησιμοποιώντας το εφαρμογίδιο, οι μαθητές αντιλαμβάνονται τον αλγόριθμο που ακολούθησε ο Ερατοσθένης για την εύρεση όλων των πρώτων αριθμών μέχρι το 100.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να κατανοήσουν οι μαθητές ότι κάθε σύνθετος αριθμός μπορεί να γραφεί με μοναδικό τρόπο ως γινόμενο πρώτων αριθμών. Χρησιμοποιώντας το εφαρμογίδιο, επιβεβαιώνουν τον τρόπο γραφής ενός σύνθετου αριθμού υπό μορφή πρώτων παραγόντων.

- Στις δραστηριότητες 1 και 3 οι μαθητές αναλύουν σύνθετους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές ακολουθούν την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή παράγουν σύνθετο αριθμό πολλαπλασιάζοντας πρώτους παράγοντες.

Στις δραστηριότητες 4, 7 και 8 οι μαθητές εξετάζουν την ορθότητα κάποιων ισχυρισμών είτε με τη βοήθεια ιδιοτήτων είτε με τη χρήση αντιπαραδείγματος.

Η δραστηριότητα 5 κάνει αναφορά στις εικασίες του Goldbach και του Bertrand και ζητά από τους μαθητές να διερευνήσουν κατά πόσο αυτές ισχύουν σε συγκεκριμένα παραδείγματα.

Οι δραστηριότητες 6 και 11 ζητούν από τους μαθητές να βρουν διάφορους πρώτους αριθμούς που να πληρούν συγκεκριμένες προϋποθέσεις.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές εφαρμόζουν τον ορισμό του τέλει αριθμού και προβληματίζονται κατά πόσο ένας τέλει αριθμός θα μπορούσε να είναι πρώτος.



Τέλος, στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές συνδυάζουν τις γνώσεις τους στην ανάλυση σύνθετων αριθμών με τις γνώσεις τους στα κριτήρια διαιρετότητας.

➤ **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης και Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο Αριθμών**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι οι μαθητές να προβληματιστούν για την ανάγκη εύρεσης του Μ.Κ.Δ δύο αριθμών, ώστε να παρουσιάσουν τα δεδομένα σε ένα πρόβλημα στατιστικής. Στη συνέχεια επεκτείνουν τις παρατηρήσεις τους και στην εύρεση Μ.Κ.Δ τριών αριθμών.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι οι μαθητές να ανακαλύψουν την έννοια του Ε.Κ.Π. δύο αριθμών.

- Οι δραστηριότητες 1 και 2 είναι εφαρμογές εύρεσης Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν την έννοια του Μ.Κ.Δ., για να αποφανθούν αν δύο αριθμοί είναι πρώτοι μεταξύ τους και για να μετατρέψουν ένα κλάσμα σε ανάγωγο.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές χρησιμοποιούν την έννοια του Ε.Κ.Π., για να προσθέσουν κλάσματα.

Στις δραστηριότητες 6-16 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, με τη βοήθεια του Μ.Κ.Δ. και του Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές εφαρμόζουν την Ευκλείδεια διαίρεση.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές ανακαλούν τις έννοιες των πρώτων και σύνθετων αριθμών, του Μ.Κ.Δ. και του Ε.Κ.Π.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές εφαρμόζουν τα κριτήρια διαιρετότητας, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

Στις δραστηριότητες 4 και 8 οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των διαιρετών.





Στις δραστηριότητες 5, 7 και 9 οι μαθητές διαπραγματεύονται έννοιες όπως πρώτοι αριθμοί και ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Στις δραστηριότητες 10, 11, 12, 13 και 14 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα της καθημερινότητας, χρησιμοποιώντας το Ε.Κ.Π. και τον Μ.Κ.Δ.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Οι δραστηριότητες 1, 3 και 4 αναφέρονται σε πρώτους και σύνθετους αριθμούς.

Οι δραστηριότητες 2, 8 και 9 είναι εφαρμογές κριτηρίων διαιρετότητας.

Στις δραστηριότητες 5 και 7 οι μαθητές αποδεικνύουν προτάσεις, με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των διαιρετών.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές εφαρμόζουν μια συγκεκριμένη διαδικασία, για να υπολογίσουν το τελευταίο ψηφίο μιας δύναμης.

*Σημείωση:*

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



## ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Ακέραιοι / Ρητοί Αριθμοί

### Δείκτες επιτυχίας:

- Επεξηγούν την έννοια της δύναμης και της τετραγωνικής ρίζας, υπολογίζουν τις θετικές δυνάμεις ακέραιων αριθμών, εκφράζουν ακέραιους αριθμούς σε μορφή δύναμης και υπολογίζουν την τετραγωνική ρίζα τετράγωνων αριθμών. Αρ4.2.
- Εκτιμούν και υπολογίζουν το αποτέλεσμα μαθηματικών προτάσεων πρόσθεσης ή και αφαίρεσης που περιλαμβάνουν αρνητικούς αριθμούς (ακέραιους, δεκαδικούς και κλασματικούς). Αρ4.10.
- Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με ρητούς αριθμούς, ποσοστά, ρίζες και δυνάμεις και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους. Αρ4.14.
- Ορίζουν το σύνολο των ρητών αριθμών, αναγνωρίζουν, συγκρίνουν θετικούς και αρνητικούς αριθμούς και τους αναπαριστούν στην ευθεία των ρητών αριθμών. Αρ5.9.
- Ορίζουν και εκτελούν πράξεις στο σύνολο των ρητών αριθμών και αναγνωρίζουν ομόσημους, ετερόσημους, αντίθετους και αντίστροφους ρητούς αριθμούς. Αρ5.10.
- Κατανοούν το δεκαδικό ανάπτυγμα των ρητών αριθμών και αναγνωρίζουν τη διαφορά ρητών και άρρητων αριθμών από τη μορφή του δεκαδικού αναπτύγματός τους. Αρ5.13.

### Θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε το σύνολο των ακεραίων και των ρητών αριθμών.
- Να αναγνωρίζουμε, να συγκρίνουμε και να αναπαριστούμε θετικούς και αρνητικούς αριθμούς στην ευθεία των ρητών αριθμών.
- Να αναγνωρίζουμε ομόσημους, ετερόσημους, αντίθετους και αντίστροφους ρητούς αριθμούς.
- Να ορίζουμε και να διερευνούμε την έννοια της απόλυτης τιμής ενός ρητού αριθμού.
- Να ορίζουμε και να εκτελούμε πράξεις στο σύνολο των ρητών αριθμών.
- Να ορίζουμε και να υπολογίζουμε δυνάμεις με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη φυσικό αριθμό.
- Να εκτιμούμε και να υπολογίζουμε την τιμή αριθμητικών παραστάσεων και την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.
- Να κατασκευάζουμε και να επιλύουμε προβλήματα με ρητούς αριθμούς και να ελέγχουμε κατά πόσον οι απαντήσεις μας είναι λογικές.
- Να βρίσκουμε το δεκαδικό ανάπτυγμα των ρητών αριθμών.



- Ορίζουν και διερευνούν την έννοια της απόλυτης τιμής ενός ρητού αριθμού.Αρ5.15.
- Κάνουν εκτιμήσεις του αποτελέσματος μιας πράξης και ελέγχουν τη λογικότητα των απαντήσεών τους.Αρ5.18.
- Εκτελούν πράξεις στο σύνολο των ρητών αριθμών και υπολογίζουν την τιμή αριθμητικών παραστάσεων και την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.Αρ5.20.
- Κατασκευάζουν και επιλύουν προβλήματα με ρητούς αριθμούς, δεκαδικούς αριθμούς και με ποσοστά.Αρ5.21.
- Επιλύουν εξισώσεις και ανισώσεις στο σύνολο των ρητών αριθμών.Αρ5.22.
- Επεκτείνουν και κατασκευάζουν μοτίβα χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.Α4.2.
- Κατανοούν και εφαρμόζουν αλγεβρικές τεχνικές, για να κάνουν αναγωγή ομοίων όρων, απλοποιούν ή αναλύουν αλγεβρικές εκφράσεις και διακρίνουν τις διαφορές μεταξύ των εννοιών «εξίσωση», «τύπος», «ταυτότητα» και «παράσταση».Α4.10.
- Συνδυάζουν αλγεβρικές εκφράσεις με δύο ή περισσότερες μεταβλητές, για την εξαγωγή συμπερασμάτων.Α4.11.
- Επιλύουν εξισώσεις και ανισώσεις πρώτου βαθμού αλγεβρικά και γραφικά, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων, με ή χωρίς τεχνολογία και χρησιμοποιούν τις εξισώσεις και ανισώσεις στην επίλυση προβλημάτων.Α4.12.
- Να διακρίνουμε από το δεκαδικό ανάπτυγμα ενός αριθμού κατά πόσον είναι ρητός αριθμός ή όχι.
- Να κατανοούμε και να εφαρμόζουμε αλγεβρικές τεχνικές για να κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων, να απλοποιούμε ή να αναλύουμε αλγεβρικές εκφράσεις.
- Να επιλύουμε εξισώσεις πρώτου βαθμού, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων και να επιλύουμε προβλήματα με τη χρήση εξίσωσης.



Περιεχόμενα ενότητας:

- **Ρητοί Αριθμοί – Απόλυτη Τιμή Ρητού Αριθμού**
- **Σύγκριση Ρητών Αριθμών**
- **Πρόσθεση Ρητών Αριθμών**
- **Αφαίρεση Ρητών Αριθμών**
- **Πολλαπλασιασμός Ρητών Αριθμών**
- **Δυνάμεις Ρητών Αριθμών**
- **Διαίρεση Ρητών Αριθμών**
- **Περιοδικοί Ρητοί Αριθμοί**
- **Επίλυση Εξισώσεων στο Σύνολο των Ρητών Αριθμών**

Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές θα γνωρίσουν το σύνολο των ρητών αριθμών και θα ανακαλύψουν την έννοια της απόλυτης τιμής. Θα συγκρίνουν και θα κάνουν πράξεις με ρητούς αριθμούς. Θα επεκτείνουν τις γνώσεις τους στις δυνάμεις στο σύνολο των ρητών αριθμών, όταν η βάση είναι αρνητικός αριθμός. Θα γνωρίσουν τους περιοδικούς ρητούς αριθμούς και θα επιλύσουν εξισώσεις και προβλήματα εξισώσεων.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

- **Ρητοί Αριθμοί – Απόλυτη Τιμή Ρητού Αριθμού**
    - Στην εξερεύνηση οι μαθητές οδηγούνται στην ανάγκη να ανακαλύψουν αρνητικούς αριθμούς, μελετώντας τη χρονολόγηση συγκεκριμένων ιστορικών γεγονότων.
    - Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να παρατηρήσουν οι μαθητές τη δημιουργία των αρνητικών αριθμών, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο. Στη συνέχεια, μεταφέρουν τα αριθμητικά δεδομένα του κειμένου στην αριθμητική γραμμή.
- Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές συνδέουν την έννοια της απόστασης από το μηδέν με την έννοια της απόλυτης τιμής.
- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές τοποθετούν ρητούς αριθμούς στην αριθμητική γραμμή.



Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές κατανέμουν αριθμούς στα σύνολα στα οποία ανήκουν. Επιπλέον, γίνεται διάκριση μεταξύ θετικών και αρνητικών αριθμών.

Οι δραστηριότητες 5-9 διαπραγματεύονται την έννοια της απόλυτης τιμής.

#### ➤ **Σύγκριση Ρητών Αριθμών**

- Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς και τους κατατάσσουν σε αύξουσα σειρά.
- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 6 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας την έννοια της διάταξης.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας την έννοια της απόλυτης τιμής.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς σε ένα πιο θεωρητικό πλαίσιο.

#### ➤ **Πρόσθεση Ρητών Αριθμών**

- Η διερεύνηση (1) προτείνει δύο διαφορετικά διδακτικά μοντέλα της πρόσθεσης ρητών αριθμών. Μέσα από τα δύο μοντέλα οι μαθητές ανακαλύπτουν τον κανόνα με τον οποίο μπορούν να υπολογίζουν το αποτέλεσμα της πρόσθεσης δύο ρητών αριθμών και τον επιβεβαιώνουν, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να παρατηρήσουν οι μαθητές κάποιες ειδικές περιπτώσεις πρόσθεσης ρητών αριθμών. Με τη βοήθεια του πίνακα, οι μαθητές επιβεβαιώνουν την αντιμεταθετική ιδιότητα και καταλήγουν στον ορισμό των αντίθετων αριθμών.

Στόχος της διερεύνησης (3) είναι να αντιληφθούν οι μαθητές ότι ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα και ότι μπορούν να τη χρησιμοποιήσουν, για να εκτελέσουν πιο εύκολα πράξεις.

- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3, 6, 9, 11 και 14 οι μαθητές προσθέτουν ρητούς αριθμούς.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές εκφράζουν τις αναπαραστάσεις ως άθροισμα δύο ρητών αριθμών, χρησιμοποιώντας την αριθμητική γραμμή.



Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές υπολογίζουν τιμές αλγεβρικών παραστάσεων.

Στις δραστηριότητες 10 και 13 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα ενώ στη δραστηριότητα 5 ακολουθούν την αντίθετη διαδικασία, δηλαδή διατυπώνουν ένα πρόβλημα που μπορεί να επιλυθεί με δεδομένη εξίσωση.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες της πρόσθεσης ρητών αριθμών, για να ελέγξουν την ορθότητα προτάσεων.

Στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές απλοποιούν αλγεβρικές παραστάσεις, χρησιμοποιώντας ιδιότητες της πρόσθεσης.

Στη δραστηριότητα 16 οι μαθητές ανακαλούν τους ορισμούς του αντίθετου στοιχείου της πρόσθεσης και των αντίθετων αριθμών, για να διατυπώσουν συμπεράσματα.

#### ➤ **Αφαίρεση Ρητών Αριθμών**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές μελετούν το χάρτη των ωριαίων ατράκτων και σχολιάζουν τις πληροφορίες που παρουσιάζει.
- Στόχος της διερεύνησης είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές το χάρτη της εξερεύνησης, για να υπολογίσουν διαφορές ώρας μεταξύ χωρών. Χρησιμοποιώντας το μοντέλο των πλακιδίων, οι μαθητές καταλήγουν σε ένα γενικό κανόνα αφαίρεσης ρητών αριθμών.
- Στις δραστηριότητες 1, 2, 7 και 10 οι μαθητές προσθέτουν και αφαιρούν ρητούς αριθμούς.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές συμπληρώνουν μοτίβα, εφαρμόζοντας τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης ρητών αριθμών.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς.

Στις δραστηριότητες 5 και 12 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, με τη βοήθεια των πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 6, 9 και 11 οι μαθητές επαληθεύουν διάφορες σχέσεις μεταξύ ρητών αριθμών, με τη βοήθεια των πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.



Τέλος, στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές υπολογίζουν αριθμητικές τιμές αλγεβρικών παραστάσεων.

➤ **Πολλαπλασιασμός Ρητών Αριθμών**

- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές ανακαλύπτουν τον πολλαπλασιασμό ρητών αριθμών, παρατηρώντας τη θέση ενός ανελκυστήρα σε σχέση με το χρόνο. Στη συνέχεια, ελέγχουν τις παρατηρήσεις τους και διατυπώνουν ένα γενικό κανόνα για το γινόμενο ομόσημων και ετερόσημων αριθμών, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να αντιληφθούν οι μαθητές τον πολλαπλασιασμό ρητών αριθμών, με την κίνηση του λαγού.

- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 7 οι μαθητές εκτελούν πράξεις μεταξύ ρητών αριθμών.

Η δραστηριότητα 4 διαπραγματεύεται τις έννοιες του αντίθετου και του αντιστρόφου ενός αριθμού.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές συμπληρώνουν μοτίβα, εφαρμόζοντας τον πολλαπλασιασμό ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 6 και 8 οι μαθητές επαληθεύουν σχέσεις μεταξύ ρητών αριθμών, με τη βοήθεια του πολλαπλασιασμού ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 9 και 10 οι μαθητές γράφουν παράγοντες γινομένων, που πληρούν συγκεκριμένες προϋποθέσεις.

Στις δραστηριότητες 11 και 14 οι μαθητές υπολογίζουν αριθμητικές τιμές αλγεβρικών παραστάσεων.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των πράξεων, για να απλοποιήσουν αλγεβρικές παραστάσεις.

Τέλος, στη δραστηριότητα 13 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, μεταφράζοντας από τη λεκτική μορφή σε συμβολική και εκτελώντας πράξεις ρητών αριθμών.

➤ **Δυνάμεις Ρητών Αριθμών**

- Στόχος της προτεινόμενης διερεύνησης είναι να καταλήξουν οι μαθητές σε συμπεράσματα για το πρόσημο δυνάμεων με θετική και αρνητική βάση



αντίστοιχα, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους στις δυνάμεις φυσικών αριθμών και στον πολλαπλασιασμό ρητών αριθμών.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές ανακαλούν τον ορισμό της δύναμης ρητού αριθμού.

Στις δραστηριότητες 2 και 3 οι μαθητές βρίσκουν το πρόσημο δυνάμεων ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 4, 6, 10 και 11 οι μαθητές υπολογίζουν δυνάμεις, για να εξετάσουν την ορθότητα σχέσεων μεταξύ ρητών αριθμών ή για να υπολογίσουν την αριθμητική τιμή παράστασης.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς.

Στις δραστηριότητες 5 και 9 οι μαθητές γράφουν αριθμούς υπό μορφή δύναμης.

#### ➤ **Διαίρεση Ρητών Αριθμών**

- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές ανακαλύπτουν τη διαίρεση ρητών αριθμών, μέσα από ένα πρόβλημα μεταβολής θερμοκρασίας.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να επιβεβαιώσουν οι μαθητές ότι ο κανόνας υπολογισμού γινομένου ομόσημων και ετερόσημων ρητών αριθμών ισχύει και στη διαίρεση, χρησιμοποιώντας την έννοια της διαιρετότητας.

- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές διαιρούν ρητούς αριθμούς και κατατάσσουν τα πηλίκια σε αύξουσα σειρά.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις τους στη διαιρετότητα.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς με τη βοήθεια των πράξεων ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 6, 11 και 15 οι μαθητές επαληθεύουν σχέσεις μεταξύ ρητών αριθμών με τη βοήθεια των πράξεων ρητών αριθμών.

Στις δραστηριότητες 7, 13 και 16 οι μαθητές υπολογίζουν την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.





Η δραστηριότητα 8 διαπραγματεύεται ειδικές περιπτώσεις διαιρέσεων.

Στις δραστηριότητες 9, 10, 12, 14 και 17 οι μαθητές εφαρμόζουν την προτεραιότητα των πράξεων, για να υπολογίσουν αριθμητικές παραστάσεις.

➤ **Περιοδικοί Ρητοί Αριθμοί**

- Στη προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές παρατηρούν ότι ένας ρητός αριθμός μπορεί να γραφεί υπό μορφή δεκαδικού. Στη συνέχεια, θα ορίσουν τους περιοδικούς αριθμούς.
- Στις δραστηριότητες 1, 3 και 4 οι μαθητές μετατρέπουν περιοδικούς αριθμούς σε κλασματικούς.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές μετατρέπουν κλάσματα σε ισοδύναμους δεκαδικούς.

➤ **Επίλυση Εξισώσεων στο Σύνολο των Ρητών Αριθμών**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να οδηγηθούν οι μαθητές στην ανάγκη κατασκευής και επίλυσης εξίσωσης για την επίλυση προβλήματος.
- Η διερεύνηση προτείνει μια μέθοδο επίλυσης εξίσωσης στο σύνολο των ρητών αριθμών με τη χρήση του μοντέλου πλακιδίων. Οι μαθητές εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ισοτήτων και δημιουργούν αντίστοιχες ισοδύναμες εξισώσεις.
- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις στο σύνολο των ρητών αριθμών.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές εντοπίζουν λάθη στη διαδικασία επίλυσης εξίσωσης, με τη βοήθεια των ιδιοτήτων των ισοτήτων.

Οι δραστηριότητες 6-11, 13 και 14 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, με τη χρήση εξισώσεων.

Τέλος, στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές διατυπώνουν ένα πρόβλημα, έχοντας δεδομένη μια εξίσωση.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 4, 7, 11, 12 και 15 οι μαθητές εκτελούν πράξεις, χρησιμοποιώντας την προτεραιότητα των πράξεων.



Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν το πρόσημο δυνάμεων ρητού αριθμού.

Στις δραστηριότητες 3, 8, 9, 13, 14, 16, 17, 19 και 20 οι μαθητές επαληθεύουν σχέσεις μεταξύ ρητών αριθμών, με τη βοήθεια των πράξεων.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές μετατρέπουν ρητούς αριθμούς στη δεκαδική τους μορφή.

Στη δραστηριότητα 6 και 10 οι μαθητές συγκρίνουν ρητούς αριθμούς.

Στη δραστηριότητα 18 οι μαθητές συγκρίνουν αλγεβρικές παραστάσεις με το μηδέν, όταν οι μεταβλητές έχουν σταθερό πρόσημο.

Στις δραστηριότητες 21 και 22 οι μαθητές υπολογίζουν την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.

Στη δραστηριότητα 23 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις.

Τέλος, οι δραστηριότητες 24-30 είναι προβλήματα, που επιλύονται με τη βοήθεια εξίσωσης.

#### ➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1, 5, 10 και 11 οι μαθητές υπολογίζουν την αριθμητική τιμή μιας παράστασης.

Στις δραστηριότητες 2 και 7 οι μαθητές σχολιάζουν το πρόσημο μεταβλητών, αφού πρώτα διερευνήσουν σχέσεις.

Στις δραστηριότητες 3 και 8 οι μαθητές ελέγχουν την ορθότητα προτάσεων με τη βοήθεια των πράξεων.

Οι δραστηριότητες 4 και 6 είναι προβλήματα, που επιλύονται με τη βοήθεια εξίσωσης.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές υπολογίζουν την τιμή μιας μεταβλητής, ώστε δύο εξισώσεις να είναι ισοδύναμες.



Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους στις δυνάμεις, για να υπολογίσουν το δέκατο όρο ενός μοτίβου.

Στη δραστηριότητα 13 οι μαθητές συγκρίνουν αριθμούς.

Τέλος, στη δραστηριότητα 14 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους για τους ρητούς αριθμούς, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

*Σημείωση:*

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



**ΈΝΟΤΗΤΑ: Διανύσματα****Δείκτες επιτυχίας:**

- Ορίζουν και εφαρμόζουν την έννοια του διανύσματος (ορισμός διανύσματος, συντεταγμένες διανύσματος, πρόσθεση και αφαίρεση διανυσμάτων, πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα).Γ5.16.

**Τι θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε το διάνυσμα.
- Να ορίζουμε τις σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων (παράλληλα, ομόρροπα, αντίρροπα, ίσα και αντίθετα διανύσματα).
- Να προσθέτουμε και να αφαιρούμε διανύσματα.

**Περιεχόμενα ενότητας:**

- **Η Έννοια του Διανύσματος**
- **Πράξεις με Διανύσματα**

**Εισηγήσεις:**

Βασικός στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να ορίζουν και να διακρίνουν τα μονόμετρα και τα διανυσματικά μεγέθη. Οι μαθητές θα πρέπει να κατανοήσουν ότι ένα διανυσματικό μέγεθος παριστάνεται με το διάνυσμα, το οποίο πρέπει να είναι σε θέση να το ορίζουν και να το συμβολίζουν, αναφέροντας τα κύρια χαρακτηριστικά του. Στη συνέχεια, οι μαθητές θα αντιληφθούν βασικές σχέσεις μεταξύ δύο διανυσμάτων (συγγραμμικά, ίσα και αντίθετα), καθώς και τις στοιχειώδεις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

- **Η Έννοια του Διανύσματος**
  - Μέσα από την διερεύνηση (1) οι μαθητές θα γνωρίσουν τις διάφορες κινήσεις των κομματιών του σκακιού. Έτσι, θα έρθουν σε επαφή με τις έννοιες διεύθυνση, φορά και μέτρο, που είναι τα χαρακτηριστικά στοιχεία που έχει ένα διάνυσμα.



Η διερεύνηση (2) δίνει την ευκαιρία στο μαθητή να επιλέξει και να περιγράψει την κατάλληλη κίνηση του αυτοκινήτου προς συγκεκριμένο στόχο με βασικές παραμέτρους τη διεύθυνση της κίνησης και το μέτρο της ταχύτητάς του.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές διακρίνουν τα μονόμετρα από τα διανυσματικά μεγέθη.

Στις δραστηριότητες 2, 3(β), 3(γ), 4 και 8 οι μαθητές βρίσκουν ίσα και αντίθετα διανύσματα, κατανοώντας τις έννοιες των ομόρροπων και αντίρροπων διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 3(α) οι μαθητές υπολογίζουν μέτρα συγκεκριμένων διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο δύο διανύσματα με ίσα μέτρα είναι ίσα.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις γνώσεις τους στα διανύσματα, για να αποδείξουν ότι κάποια διανύσματα είναι ίσα και κάποια άλλα αντίθετα.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές κατασκευάζουν διανύσματα που είναι είτε ίσα, είτε αντίθετα, είτε έχουν συγκεκριμένο μέτρο με δοσμένα διανύσματα.

### ➤ **Πράξεις με Διανύσματα**

- Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές εικάζουν τη προδιαγραφόμενη κατεύθυνση της κίνησης ενός καροτσιού που έλκεται με σχοινιά από δύο παιδιά. Στη συνέχεια, παρατηρούν την κίνηση, εξετάζουν την ορθότητα της απάντησής τους και περιγράφουν την σωστή κίνηση του καροτσιού.

- Στις δραστηριότητες 1, 4 και 7 οι μαθητές εκφράζουν το άθροισμα δύο ή περισσότερων διανυσμάτων ως ένα απλό διάνυσμα και αντίστροφα (ένα διάνυσμα εκφράζεται ως άθροισμα δύο διαδοχικών διανυσμάτων).

Στις δραστηριότητες 2, 3 και 5 οι μαθητές κατασκευάζουν διανύσματα που έχουν συγκεκριμένο άθροισμα ή διαφορά.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές αποδεικνύουν μια σχέση που σχετίζεται με το άθροισμα δύο διανυσμάτων.



➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές διακρίνουν μονόμετρα και διανυσματικά μεγέθη.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές αναφέρουν ομοιότητες και διαφορές μεταξύ δύο διαφορετικών διαδρομών που αρχίζουν από το ίδιο σημείο και καταλήγουν στο ίδιο σημείο.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 6 και 7 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο συγκεκριμένων διανυσμάτων και κατασκευάζουν διανύσματα.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές εκφράζουν διανύσματα ως συνάρτηση δύο συγκεκριμένων διανυσμάτων.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές βρίσκουν τρία συγγραμμικά διανύσματα με μηδενικό άθροισμα.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης δύο διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές γράφουν πιθανά αθροίσματα δύο αντίρροπων διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές εκφράζουν διανύσματα συναρτήσει δύο δοσμένων διανυσμάτων και αποδεικνύουν μια σχέση.

**Σημείωση:**

Στην ενότητα αυτή μπορεί να γίνει μια μικρή άσκηση αξιολόγησης.



## ΈΝΘΕΤΟ: Ακολουθίες

## Δείκτες επιτυχίας:

- Περιγράφουν, συμπληρώνουν, επεκτείνουν, κατασκευάζουν, επεξηγούν τον κανόνα και βρίσκουν με επαγωγικό τρόπο το γενικό όρο αριθμητικών και γεωμετρικών μοτίβων.A3.1.
- Περιγράφουν, αναπαριστούν, επεξηγούν και βρίσκουν το γενικό τύπο συναρτήσεων.A3.6.
- Αναπαριστούν γραφικά γενικούς τύπους συναρτήσεων.A3.7.
- Επιλύουν προβλήματα βρίσκοντας τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και εκφράζουν το νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.A4.1.
- Επεκτείνουν και κατασκευάζουν μοτίβα χρησιμοποιώντας ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.A4.2.
- Κατανοούν τις ιδιότητες αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων και διερευνούν τον τρόπο υπολογισμού του γενικού όρου.A4.3.
- Δημιουργούν και συμπληρώνουν πίνακα τιμών, χρησιμοποιώντας το γενικό τύπο μιας συνάρτησης.A4.5.
- Χρησιμοποιούν μοτίβα, καθώς και αριθμητικές και γεωμετρικές προόδους προς επίλυση προβλημάτων.A5.1.

## Τι θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε την ακολουθία.
- Να ορίζουμε τι είναι όρος ακολουθίας.
- Να αναπαριστούμε τις ακολουθίες με διάφορους τρόπους.
- Να βρίσκουμε τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μια ακολουθία.
- Να περιγράφουμε λεκτικά τον κανόνα της ακολουθίας.
- Να εκφράζουμε το νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.
- Να βρίσκουμε τους όρους της ακολουθίας όταν είναι γνωστός ο γενικός όρος.
- Να υπολογίζουμε το γενικό όρο μιας ακολουθίας.
- Να επιλύουμε και να κατασκευάζουμε αριθμητικά και αλγεβρικά προβλήματα.



Περιεχόμενα ενότητας:

- **Ακολουθία**
- **Γενικός Τύπος Ακολουθίας**

Εισηγήσεις:

Βασικός στόχος της ενότητας είναι μαθητές να ορίζουν, να συμβολίζουν και να αναπαριστούν μια ακολουθία με διάφορους τρόπους. Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να βρίσκουν τον επόμενο όρο μιας ακολουθίας, όταν δίνεται ικανοποιητικό πλήθος όρων της και να μπορούν να περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα της. Οι μαθητές θα πρέπει να είναι σε θέση να επιλύουν προβλήματα σχετικά με την εύρεση του γενικού όρου μιας ακολουθίας.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Ακολουθία**

- Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές υπολογίζουν σε μία πυραμίδα, που είναι αποτελείται από διαφορετικά έγχρωμα επίπεδα, τον αριθμό των κύβων που χρειάζεται για να κατασκευαστεί, το ύψος της και το μήκος της πλευράς της σε κάθε επόμενη στρώση κύβων που τοποθετείται. Οι μαθητές έρχονται σε μία πρώτη επαφή με βασικές έννοιες της ακολουθίας (όρος ακολουθίας, αντιστοίχιση με φυσικούς αριθμούς και γενικός όρος ακολουθίας).
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές παρατηρούν οριζόντια, κάθετα και πλάγια τους αριθμούς που αναγράφονται σε ένα συνηθισμένο ημερολόγιο, για να σχηματίσουν 5 τουλάχιστον διαφορετικές ακολουθίες.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές συμπληρώνουν τους όρους ακολουθιών που λείπουν σε συγκεκριμένες ακολουθίες.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές γράφουν τους πέντε πρώτους όρους μιας ακολουθίας, όταν είναι γνωστός ο πρώτος όρος και ο λεκτικός κανόνας για τον υπολογισμό του επόμενου όρου της.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές γράφουν τους πέντε πρώτους όρους της ακολουθίας, όταν είναι γνωστός ο γενικός όρος της.





Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές υπολογίζουν τον πέμπτο όρο μιας ακολουθίας τεσσάρων σχημάτων. Ακολούθως, οι μαθητές περιγράφουν λεκτικά τον τρόπο με τον οποίο κατασκευάζεται κάθε επόμενος όρος της ακολουθίας.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές υπολογίζουν τους πέντε πρώτους όρους μιας ακολουθίας, όταν δίνεται ο αναγωγικός τύπος της και ικανοποιητικό πλήθος όρων της.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές υπολογίζουν τρεις διαδοχικούς όρους μιας ακολουθίας, όταν είναι γνωστοί κάποιοι από τους προηγούμενους όρους της.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές υπολογίζουν συγκεκριμένο όρο μιας ακολουθίας, όταν είναι γνωστός ο γενικός της όρος.

#### ➤ **Γενικός Τύπος Ακολουθίας**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι οι μαθητές να διατυπώσουν συγκεκριμένους κανόνες (λεκτικά ή με τύπο) που περιγράφουν ακολουθίες αριθμών.

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές προσπαθούν να εικάσουν το γενικό όρο μιας ακολουθίας σχημάτων.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν τον αριθμό που προσθέτουμε σε κάθε όρο, ώστε να κατασκευάσουμε συγκεκριμένες ακολουθίες.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν το γενικό όρο ακολουθίας, όταν είναι γνωστός ο λεκτικός κανόνας.

Στις δραστηριότητες 3, 4 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν το γενικό όρο ακολουθίας, όταν είναι γνωστοί μερικοί από τους πρώτους όρους της.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές γράφουν την ακολουθία που προκύπτει από μία σχηματική διάταξη και προτείνουν τόσο τον αναγωγικό τύπο της, όσο και τον γενικό όρο της.

#### ➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν τους επόμενους τρεις όρους συγκεκριμένων ακολουθιών, όταν δίνονται σε διατεταγμένη μορφή κάποιοι από τους πρώτους όρους της.



Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν τον γενικό όρο ακολουθιών που είναι σε διατεταγμένη μορφή.

Στις δραστηριότητες 3, 8, 9 και 10 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα υπολογισμού συγκεκριμένου όρου και γενικού όρου ακολουθίας.

Στη δραστηριότητα 4 και 6 οι μαθητές συμπληρώνουν ακολουθίες με σχήματα και υπολογίζουν το γενικό όρο και όρους σε συγκεκριμένη θέση.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές αναπαριστούν γραφικά τους πρώτους όρους ακολουθίας που δίνεται σε διατεταγμένη μορφή.

Στη δραστηριότητα 7 δίνονται οι δύο πρώτοι όροι και ζητείται να γραφούν διαφορετικές ακολουθίες, οι οποίες να έχουν ως πρώτο και δεύτερο όρο τους συγκεκριμένους.

#### ➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, στο οποίο υπολογίζουν τους τρεις πρώτους όρους ακολουθίας και συγκεκριμένο δείκτη όρου που ικανοποιεί δεδομένα του προβλήματος.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν τους πέντε πρώτους όρους ακολουθιών, όταν δίνεται ο γενικός όρος τους.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές υπολογίζουν το γενικό όρο ακολουθιών που δίνονται ορισμένοι από τους πρώτους όρους της.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, στα οποία υπολογίζουν γενικό όρο και δείκτη συγκεκριμένου όρου στην ακολουθία.

Στις δραστηριότητες 6 και 8 οι μαθητές υπολογίζουν τον γενικό όρο ακολουθιών, όταν δίνεται ο αναγωγικός τους τύπος ή ο γενικός τους όρος.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές υπολογίζουν συγκεκριμένο όρο, όταν γνωρίζουν ένα μόνο όρο και τον αναγωγικό τύπο μιας ακολουθίας.

#### **Σημείωση:**

Στην ενότητα αυτή μπορεί να γίνει μια μικρή άσκηση αξιολόγησης.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες****Δείκτες επιτυχίας:**

- Ελέγχουν την εγκυρότητα βασικών γεωμετρικών θεωρημάτων ή προτάσεων, χρησιμοποιώντας επαγωγικό συλλογισμό.Γ3.9.
- Κατασκευάζουν το μέσο ευθύγραμμου τμήματος, την απόσταση μεταξύ παραλλήλων και την απόσταση σημείου και ευθείας.Γ4.3.
- Αναγνωρίζουν και ονομάζουν είδη γωνιών στο επίπεδο και στο χώρο (π.χ. συμπληρωματικές και παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται, όταν μια ευθεία τέμνει δύο παράλληλες ευθείες).Γ4.4.
- Χρησιμοποιούν επαγωγικό συλλογισμό, για να διερευνήσουν υποθέσεις και να δώσουν αντιπαραδείγματα.Γ5.1.
- Ορίζουν βασικές γεωμετρικές έννοιες και κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων ή λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας (στερεά, γεωμετρικά σχήματα, επίπεδο, ημιεπίπεδο, σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, απόσταση δύο σημείων, μέσο ευθύγραμμου τμήματος, σύγκριση ευθύγραμμων τμημάτων, πράξεις μεταξύ ευθύγραμμων τμημάτων, σχήματα συμμετρικά ως προς κέντρο/ευθεία, σχετικές θέσεις δύο ευθειών στο επίπεδο, κάθετες ευθείες, απόσταση σημείου από ευθεία, χάραξη

**Τι θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε βασικές γεωμετρικές έννοιες και να κατασκευάζουμε γεωμετρικά σχήματα, με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων και λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.
- Να διερευνούμε σχέσεις μεταξύ ευθύγραμμων τμημάτων.
- Να ορίζουμε την απόσταση δύο σημείων και να βρίσκουμε το μέσο ευθύγραμμου τμήματος.
- Να αναγνωρίζουμε και να κατασκευάζουμε κάθετες και παράλληλες ευθείες, καθώς και τη μεσοκάθετο ευθύγραμμου τμήματος.
- Να υπολογίζουμε την απόσταση σημείου από ευθεία.
- Να ορίζουμε, να κατασκευάζουμε και να συγκρίνουμε γωνίες.
- Να κατασκευάζουμε τη διχοτόμο γωνιών και να εξετάζουμε σχέσεις γωνιών.
- Να ορίζουμε και να κατασκευάζουμε τον κύκλο και τα στοιχεία του.
- Να διερευνούμε τις σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου.
- Να χρησιμοποιούμε λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, για να κατανοούμε σχέσεις με επαγωγικό



παράλληλων ευθειών, μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος).Γ5.4.

- Ορίζουν και εφαρμόζουν γεωμετρικές έννοιες γωνιών και κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων ή λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας (έννοια της γωνίας, σύγκριση γωνιών, μέτρηση γωνιών, πράξεις μεταξύ γωνιών, είδη γωνιών, διχοτόμος γωνιών, εφεξής γωνίες, κατακορυφήν γωνίες, συμπληρωματικές γωνίες, παραπληρωματικές γωνίες, σχέσεις γωνιών που σχηματίζονται από παράλληλες ευθείες και μια τέμνουσα ευθεία τους, άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου).Γ5.5.
- Ορίζουν και κατασκευάζουν τον κύκλο, κυκλικό δίσκο και τα στοιχεία τους και διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ τους (κύκλος, κυκλικός δίσκος, ακτίνα κύκλου, χορδή κύκλου, απόσταση χορδής, κυκλικός τομέας, κυκλικό τμήμα, σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου, σχετικές θέσεις δύο κύκλων, μέτρο τόξου και γωνίας, επίκεντρες γωνίες, εγγεγραμμένες γωνίες, γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη).Γ5.7.
- Χρησιμοποιούν λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, για να κατανοούν και να αποδεικνύουν σχέσεις.Μ4.8.

συλλογισμό, να διερευνούμε υποθέσεις και να δίνουμε αντιπαραδείγματα.

*Περιεχόμενα ενότητας:*

- **Μέτρηση Μήκους**
- **Γωνία**
- **Διχοτόμος Γωνίας – Σχέσεις Γωνιών**
- **Κάθετες Ευθείες-Απόσταση Σημείου από Ευθεία-Απόσταση Παράλληλων Ευθειών**
- **Βασικά Στοιχεία Κύκλου**



## Εισηγήσεις:

Στόχος της ενότητας αυτής είναι να ανακαλέσουν οι μαθητές τις βασικές γεωμετρικές έννοιες που ήδη κατέχουν από το δημοτικό και να τις επεκτείνουν. Οι μαθητές θα ορίσουν τις βασικές γεωμετρικές έννοιες, θα διερευνήσουν σχέσεις και θα κατασκευάσουν γεωμετρικά σχήματα και στοιχεία τους, τόσο με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων όσο και με τη χρήση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

### ➤ **Μέτρηση Μήκους**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την πρόσθεση ευθύγραμμων τμημάτων.
- Στις δραστηριότητες 1 και 6 οι μαθητές συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα και υπολογίζουν τα μήκη τους.

Στις δραστηριότητες 2, 3, 4 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν μήκη ευθυγράμμων τμημάτων, χρησιμοποιώντας την έννοια του μέσου ευθύγραμμου τμήματος.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές κάνουν χρήση του λογισμικού *Geogebra*, για να κατασκευάσουν το γεωμετρικό σχήμα και στη συνέχεια να καταλήξουν σε μια σχέση που συνδέει δύο ευθύγραμμα τμήματα.

### ➤ **Γωνία**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να αντιληφθούν οι μαθητές την έννοια της κυρτής γωνίας, μέσα από ένα πρόβλημα καθημερινότητας.
- Στόχος της διερεύνησης είναι να ορίσουν οι μαθητές τα διάφορα είδη γωνιών που υπάρχουν, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.
- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές ονομάζουν γωνίες και ευθύγραμμα τμήματα.

Στις δραστηριότητες 3, 6 και 7 οι μαθητές κατατάσσουν γωνίες κατά είδος, ανάλογα με το μέτρο τους.

Στις δραστηριότητες 4 και 8 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνιών με τη χρήση μοιρογνωμονίου και καταλήγουν σε συμπεράσματα.



Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές συγκρίνουν γωνίες.

Στις δραστηριότητες 9 και 10 οι μαθητές εφαρμόζουν τους ορισμούς των εφεξής και των συμπληρωματικών γωνιών.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές αποδεικνύουν ότι ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος, δίνοντας κατάλληλο αντιπαράδειγμα.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές επιλύουν πρόβλημα, υπολογίζοντας τα μέτρα γωνιών.

### ➤ **Διχοτόμος Γωνίας-Σχέσεις Γωνιών**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να διερευνήσουν οι μαθητές τις σχέσεις μεταξύ δύο γωνιών που σχηματίζονται από δύο τεμνόμενες ευθείες, χρησιμοποιώντας το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας *Geogebra* ή γεωμετρικά όργανα.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τον ορισμό της διχοτόμου γωνίας, χρησιμοποιώντας το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας *Geogebra*.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές κατασκευάζουν γωνία με δοσμένο μέτρο και στη συνέχεια κατασκευάζουν την κατακορυφήν της γωνία.

Στις δραστηριότητες 2 και 3 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο συμπληρωματικών και παραπληρωματικών γωνιών.

Στις δραστηριότητες 4, 5, 6, 7 και 10 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνιών, με τη βοήθεια εξίσωσης.

Στη δραστηριότητες 9 οι μαθητές κατασκευάζουν διχοτόμους γωνιών.

Στις δραστηριότητες 10 και 11 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνίας, χρησιμοποιώντας την έννοια της διχοτόμου γωνίας.

### ➤ **Κάθετες Ευθείες-Απόσταση Σημείου από Ευθεία-Απόσταση Παράλληλων Ευθειών**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τον ορισμό της απόστασης σημείου από ευθεία.



- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές αναγνωρίζουν την απόσταση σημείου από ευθεία.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές φέρουν την κάθετη ευθείας σε σημείο αυτής ή από σημείο εκτός αυτής.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές φέρουν αποστάσεις σημείου από ευθεία.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές κατασκευάζουν παράλληλη μιας ευθείας, που απέχει συγκεκριμένη απόσταση από αυτή.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, εφαρμόζοντας βασικές γεωμετρικές έννοιες.

#### ➤ **Βασικά Στοιχεία Κύκλου**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να ανακαλέσουν οι μαθητές τον ορισμό του κύκλου, για να κατασκευάσουν κύκλο με δοσμένη ακτίνα, έχοντας στη διάθεσή τους δύο κλαδιά και ένα σχοινί.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τη σχέση που συνδέει το μέτρο ενός τόξου με το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

Στόχος της διερεύνησης (3) είναι να διερευνήσουν οι μαθητές τις θέσεις της ευθείας με τον κύκλο, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 5 οι μαθητές κατασκευάζουν κύκλους και βασικά στοιχεία κύκλων, είτε με τη βοήθεια κανόνα και διαβήτη είτε με τη βοήθεια του λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας *Geogebra*.

Στις δραστηριότητες 4 και 6 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, εφαρμόζοντας τη σχέση που συνδέει το μέτρο της επίκεντρης γωνίας με το μέτρο του αντίστοιχου τόξου.

Στις δραστηριότητες 7, 8 και 9 οι μαθητές κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα και στη συνέχεια τα χρησιμοποιούν, είτε για να υπολογίσουν μέτρα γωνιών και τόξων είτε για να καταλήξουν σε συμπεράσματα.



➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 3, 4, 9 και 12 οι μαθητές ορίζουν και ονομάζουν βασικές γεωμετρικές έννοιες, αναγνωρίζουν είδη γωνιών και σχέσεις μεταξύ στοιχείων κύκλου.

Στις δραστηριότητες 2, 7 και 10 οι μαθητές χρησιμοποιούν γεωμετρικά όργανα, για να κάνουν κατασκευές. Επιπλέον, στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα.

Στις δραστηριότητες 5, 6, 11, 13, 14 και 15 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνιών και τόξων με τη βοήθεια εξίσωσης.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές εξετάζουν την ορθότητα προτάσεων, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους στις βασικές γεωμετρικές έννοιες.

Στη δραστηριότητα 16 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες του κύκλου και σχέσεις επίκεντρης γωνίας-αντίστοιχου τόξου.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1, 2 και 5 οι μαθητές χρησιμοποιούν το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας *Geogebra* ή γεωμετρικά όργανα, για να κατασκευάσουν γεωμετρικά σχήματα και στη συνέχεια να διατυπώσουν συμπεράσματα.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές κατασκευάζουν ευθύγραμμα τμήματα με τη βοήθεια χάρακα και διαβήτη.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές βρίσκουν την τομή δύο επιπέδων.

Τέλος, στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές τοποθετούν σημεία πάνω σε ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων και βρίσκουν σημείο πάνω στη διχοτόμο γωνίας.

**Σημείωση:**

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.





**ΕΝΟΤΗΤΑ 6: Συναρτήσεις****Δείκτες επιτυχίας:**

- Περιγράφουν, αναπαριστούν, επεξηγούν και βρίσκουν το γενικό τύπο συναρτήσεων.A3.6.
- Κατανοούν την έννοια της συνάρτησης και επεξηγούν τη διαδικασία απεικόνισης ενός στοιχείου του πεδίου ορισμού στο πεδίο τιμών και διακρίνουν την έννοια της ανεξάρτητης και εξαρτημένης μεταβλητής.A4.4.
- Δημιουργούν και συμπληρώνουν πίνακα τιμών, χρησιμοποιώντας το γενικό τύπο μιας συνάρτησης.A4.5.
- Κατασκευάζουν διαγράμματα και γραφικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουν τύπους συναρτήσεων, με ή χωρίς τεχνολογία, σχεδιάζοντας σημεία σε σύστημα αξόνων.A4.6.
- Κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση ευθείας, υπολογίζοντας τις συντεταγμένες δύο σημείων της και ελέγχουν αλγεβρικά και γραφικά κατά πόσο ένα σημείο ανήκει στην ευθεία.A4.7.
- Μοντελοποιούν και περιγράφουν μεγέθη που μεταβάλλονται σε πραγματικές καταστάσεις και τα αναπαριστούν σε πίνακα τιμών ή σε γραφική παράσταση.A4.9.
- Μελετούν, ερμηνεύουν και εφαρμόζουν γραφικές παραστάσεις τμηματικών

**Θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε τι είναι σύστημα αξόνων και να τοποθετούμε σημεία σε σύστημα αξόνων.
- Να κατανοούμε την έννοια της συνάρτησης και να επεξηγούμε τη διαδικασία απεικόνισης ενός στοιχείου των τιμών εισόδου στις τιμές εξόδου.
- Να δημιουργούμε και να συμπληρώνουμε πίνακα τιμών, χρησιμοποιώντας τον γενικό τύπο μιας συνάρτησης.
- Να κατασκευάζουμε διαγράμματα και γραφικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουμε συναρτήσεις, με ή χωρίς τεχνολογία.
- Να μοντελοποιούμε και να περιγράφουμε μεγέθη που μεταβάλλονται σε πραγματικές καταστάσεις και να τα αναπαριστούμε σε πίνακα τιμών ή σε γραφική παράσταση.
- Να μεταφράζουμε από μια μορφή αναπαράστασης της συνάρτησης σε άλλη.



συναρτήσεων.Α5.5.

- Κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις και υπολογίζουν την ταχύτητα ή την απόσταση κινητών σε ορισμένο χρονικό διάστημα.Μ4.9.
- Κατασκευάζουν και χρησιμοποιούν γραφικές παραστάσεις σε προβλήματα κίνησης.Μ5.11.

---

*Περιεχόμενα ενότητας:*

- **Συντεταγμένες Σημείου**
- **Η Έννοια της Αντιστοιχίας-Συνάρτησης**
- **Γραφική Παράσταση Συνάρτησης**

*Εισηγήσεις:*

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές θα αντιληφθούν τη σημασία χρήσης των συντεταγμένων. Θα αναγνωρίσουν κατά πόσο μια αντιστοιχία είναι ή όχι συνάρτηση και θα μεταφράσουν από μία μορφή αναπαράστασης σε άλλη. Οι μαθητές αντλούν πληροφορίες από μία γραφική παράσταση και εξετάζουν κατά πόσο ένα ή περισσότερα σημεία ανήκουν σε μία γραφική παράσταση.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Συντεταγμένες Σημείου**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να ορίσουν οι μαθητές τη θέση ενός σημείου στις δύο διαστάσεις.
- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές παρατηρούν έναν οδικό χάρτη και ορίζουν θέσεις σημείων με τη βοήθεια αριθμών και γραμμμάτων.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να επεκτείνουν οι μαθητές το σύστημα συντεταγμένων στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων με τη χρήση του προτεινόμενου εφαρμογίδιου.



- Στις δραστηριότητες 1, 2, 6 και 8 οι μαθητές τοποθετούν σημεία πάνω σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων και διατυπώνουν συμπεράσματα.

Στις δραστηριότητες 3, 4 και 5 οι μαθητές ακολουθούν την αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή ορίζουν τις συντεταγμένες σημείων που είναι τοποθετημένα στο καρτεσιανό σύστημα αξόνων.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές εξετάζουν την ορθότητα προτάσεων, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους στις συντεταγμένες σημείου.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τις γνώσεις τους στον πολλαπλασιασμό ρητών και στις συντεταγμένες σημείου.

### ➤ **Η Έννοια της Αντιστοιχίας-Συνάρτησης**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να αντιληφθούν και να ερμηνεύσουν οι μαθητές την έννοια της αντιστοιχίας.

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι οι μαθητές να αντιληφθούν την έννοια των συνόλων εισόδου και εξόδου μιας αντιστοιχίας και να εφαρμόσουν την έννοια της αντιστοιχίας σε βελοειδές διάγραμμα και πίνακα τιμών.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την έννοια της συνάρτησης ως ειδική περίπτωση αντιστοιχίας, χρησιμοποιώντας το μοντέλο της μηχανής στο προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές υπολογίζουν τις τιμές εξόδου μιας συνάρτησης ή ορίζουν μια συνάρτηση όταν είναι γνωστές οι τιμές εισόδου και εξόδου.

Στις δραστηριότητες 3, 4 και 6 οι μαθητές βρίσκουν έναν τύπο που αντιστοιχίζει ζεύγη τιμών εισόδου-τιμών εξόδου.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα με τη βοήθεια συνάρτησης.

### ➤ **Γραφική Παράσταση Συνάρτησης**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι να κατασκευάσουν οι μαθητές τη γραφική παράσταση συνάρτησης της μορφής  $y = ax + \beta$ . Οι μαθητές συμπληρώνουν



πίνακα τιμών, χρησιμοποιώντας τον τύπο της συνάρτησης. Στη συνέχεια, κατασκευάζουν τη γραφική παράστασή της και απαντούν σε ερωτήματα.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι να μελετήσουν και να ερμηνεύσουν οι μαθητές τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης, για να απαντήσουν σε ερωτήματα.

- Στις δραστηριότητες 1, 2 και 4 οι μαθητές κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής  $y = ax + b$ , αφού συμπληρώσουν πρώτα τον αντίστοιχο πίνακα τιμών.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές βρίσκουν τον τύπο της συνάρτησης που αντιστοιχεί σε ένα πίνακα τιμών.

Στις δραστηριότητες 5 και 9 οι μαθητές μεταφράζουν μια μορφή αναπαράστασης συνάρτησης σε άλλη.

Στις δραστηριότητες 6, 10 και 12 οι μαθητές ερμηνεύουν γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων και απαντούν σε ερωτήματα.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές μεταφράζουν τη γραφική παράσταση συνάρτησης σε πίνακα τιμών και τύπο ή λεκτικό κανόνα.

Στις δραστηριότητες 11 και 13 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια συναρτήσεων.

#### ➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 2 και 5 οι μαθητές τοποθετούν σημεία πάνω στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ή βρίσκουν τις συντεταγμένες σημείων που βρίσκονται πάνω στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

Στις δραστηριότητες 3, 7, 10, 11 και 12 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο τρόπο αναπαράστασης μιας συνάρτησης.

Στις δραστηριότητες 4, 6 και 9 οι μαθητές μεταβαίνουν από ένα τρόπο αναπαράστασης συνάρτησης σε άλλο.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές μελετούν και ερμηνεύουν γραφική παράσταση συνάρτησης.



➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1 και 4 οι μαθητές μεταβαίνουν από ένα τρόπο αναπαράστασης συνάρτησης σε άλλο.

Στις δραστηριότητες 2 και 5 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, με τη βοήθεια συναρτήσεων.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές ερμηνεύουν γραφική παράσταση συνάρτησης.

Οι δραστηριότητες 6 και 7 είναι προβλήματα που δόθηκαν στα πλαίσια της PISA.

**Σημείωση:**

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Γεωμετρία II****Δείκτες επιτυχίας:**

- Κατασκευάζουν το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο τριγώνων και παρατηρούν τα χαρακτηριστικά σημεία του τριγώνου (κέντρο βάρους, έγκεντρο, ορθόκεντρο).Γ4.2.
- Αναγνωρίζουν και ονομάζουν είδη γωνιών στο επίπεδο και στο χώρο (π.χ. συμπληρωματικές και παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται, όταν μια ευθεία τέμνει δύο παράλληλες ευθείες).Γ4.4.
- Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία και τις ιδιότητες των τριγώνων, των τραπεζίων, των παραλληλογράμμων, των πολυγώνων και του κύκλου.Γ4.5.
- Κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων.Γ4.14.
- Χρησιμοποιούν επαγωγικό συλλογισμό, για να διερευνήσουν υποθέσεις και να δώσουν αντιπαραδείγματα.Γ5.1.
- Αποδεικνύουν γεωμετρικές προτάσεις με παραγωγικό συλλογισμό.Γ5.2.
- Ορίζουν και εφαρμόζουν γεωμετρικές έννοιες γωνιών και κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα με τη χρήση

**Τι θα μάθουμε:**

- Να διερευνούμε τις σχέσεις των γωνιών που σχηματίζονται από παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.
- Να διερευνούμε και να εφαρμόζουμε τις σχέσεις των εσωτερικών και των εξωτερικών γωνιών ενός τριγώνου.
- Να ορίζουμε και να κατασκευάζουμε τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου (ύψος, διάμεσο και διχοτόμο τριγώνου).



γεωμετρικών οργάνων ή λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας (άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου).Γ5.5.

- Κατασκευάζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν σχετικά θεωρήματα (κέντρο βάρους, ορθόκентρο, περίκентρο, παράκентρα κτλ.).Γ5.10.
- Επεξηγούν και εφαρμόζουν τις ιδιότητες τριγώνων και τετραπλεύρων σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.Γ5.15.
- Χρησιμοποιούν λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, για να κατανοούν και να αποδεικνύουν σχέσεις.Μ4.8.

*Περιεχόμενα ενότητας:*

- **Παράλληλες Ευθείες που τέμνονται από μια άλλη Ευθεία**
- **Κύρια Στοιχεία Τριγώνου-Σχέσεις Γωνιών Τριγώνου**
- **Δευτερεύοντα Στοιχεία Τριγώνου**

*Εισηγήσεις:*

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές διερευνούν τη σχέση των γωνιών που σχηματίζονται όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία. Στη συνέχεια, αναγνωρίζουν τα κύρια στοιχεία τριγώνου και υπολογίζουν το άθροισμα των γωνιών τριγώνου. Τέλος, ορίζουν και κατασκευάζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου.

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

- **Παράλληλες Ευθείες που τέμνονται από μια άλλη Ευθεία**
  - Βασικός στόχος της διερεύνησης (1) είναι να περιγράψουν οι μαθητές τη θέση των γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, μελετώντας τη θέση των κτηρίων.



Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές οδηγούνται στις σχέσεις μεταξύ των γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές αναγνωρίζουν και ονομάζουν γωνίες που σχηματίζονται όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.

Στις δραστηριότητες 2, 3, 4, 5 και 7 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.

Στις δραστηριότητες 6, 9 και 10 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία, σε πιο σύνθετα γεωμετρικά σχήματα.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους στις σχέσεις μεταξύ γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.

Στις δραστηριότητες 11 και 12 οι μαθητές αποδεικνύουν την παραλληλία δύο ευθειών, αξιοποιώντας τις σχέσεις μεταξύ γωνιών που σχηματίζονται, όταν δύο παράλληλες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία.

### ➤ **Κύρια Στοιχεία Τριγώνου-Σχέσεις Γωνιών Τριγώνου**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης είναι να υπολογίσουν οι μαθητές το άθροισμα γωνιών τριγώνου, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο. Στη συνέχεια, θα οδηγηθούν στη σχέση που συνδέει την εξωτερική γωνία τριγώνου με το άθροισμα των απέναντι εσωτερικών.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές αναγνωρίζουν τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους.

Στις δραστηριότητες 2 και 3 οι μαθητές κατασκευάζουν τρίγωνα και τα ταξινομούν σε διάφορα σύνολα.

Στις δραστηριότητες 4 και 6 οι μαθητές εφαρμόζουν το άθροισμα γωνιών τριγώνου σε διάφορα είδη τριγώνων.

Στις δραστηριότητες 5 και 9 οι μαθητές υπολογίζουν άγνωστα στοιχεία τριγώνων και χαρακτηρίζουν τα τρίγωνα ως προς τα κύρια στοιχεία τους.





Στις δραστηριότητες 7, 8, 10, 13, 14 και 16 οι μαθητές υπολογίζουν γωνίες σε διάφορα γεωμετρικά σχήματα.

Στις δραστηριότητες 11 και 12 οι μαθητές ελέγχουν την ορθότητα ισχυρισμών, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους στο άθροισμα γωνιών τριγώνου και τετραπλεύρου.

Τέλος, στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές αποδεικνύουν μια σχέση, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου.

### ➤ **Δευτερεύοντα Στοιχεία Τριγώνου**

- Βασικός στόχος της εξερεύνησης είναι να οδηγηθούν οι μαθητές σε μια εικασία για το κέντρο βάρους τριγώνου.
- Στη διερεύνηση οι μαθητές φέρουν τα ύψη, τις διαμέσους και τις διχοτόμους τριγώνου και παρατηρούν τις ιδιότητές τους με τη χρήση του προτεινόμενου εφαρμογιδίου.
- Στις δραστηριότητες 1, 7, 8 και 9 οι μαθητές υπολογίζουν γωνίες και μήκη ευθύγραμμων τμημάτων, σε διάφορα γεωμετρικά σχήματα.

Στις δραστηριότητες 2, 3, 4 και 6 οι μαθητές κατασκευάζουν τρίγωνα και τα δευτερεύοντα στοιχεία τους.

Τέλος, στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές μελετούν το γεωμετρικό σχήμα και απαντούν διάφορα ερωτήματα.

### ➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές εφαρμόζουν ιδιότητες των τριγώνων και αναγνωρίζουν είδη τριγώνων.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 5, 6, 8, 12, 13, 14 και 21 οι μαθητές υπολογίζουν γωνίες σε διάφορα γεωμετρικά σχήματα.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές κατασκευάζουν ισόπλευρο τρίγωνο με χάρακα και διαβήτη.



Στις δραστηριότητες 10 και 20 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις από την αναλυτική γεωμετρία σε συνδυασμό με τα τρίγωνα.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές εντοπίζουν ζεύγη παράλληλων ευθειών.

Στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές εντοπίζουν το λάθος που υπάρχει και αιτιολογούν την απάντησή τους.

Στη δραστηριότητα 16 οι μαθητές σημειώνουν ζεύγη ίσων γωνιών, για να εξασφαλίσουν την παραλληλία δύο ευθειών, ενώ στη δραστηριότητα 18 παρατηρούν σχέσεις μεταξύ γωνιών παραλληλογράμμου.

Στη δραστηριότητα 17 οι μαθητές δίνουν ένα αντιπαράδειγμα, για να αποδείξουν ότι μια πρόταση είναι λανθασμένη.

Στη δραστηριότητα 19 οι μαθητές υπολογίζουν τα μήκη πλευρών τριγώνου και καταλήγουν σε συμπεράσματα.

Τέλος, στις δραστηριότητες 22 και 23 οι μαθητές κατασκευάζουν γεωμετρικά σχήματα, με τη βοήθεια του δυναμικού λογισμικού γεωμετρίας *Geogebra*. Στη συνέχεια, απαντούν σε διάφορα ερωτήματα.

#### ➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ στοιχείων γεωμετρικών σχημάτων.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές αξιοποιούν τα δεδομένα και το γεωμετρικό σχήμα, για να εντοπίσουν το είδος του τριγώνου.

Τέλος, στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές ελέγχουν την ορθότητα ενός ισχυρισμού, χρησιμοποιώντας ιδιότητες του γεωμετρικού σχήματος που δίνεται.

#### *Σημείωση:*

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Λόγοι–Αναλογίες****Δείκτες επιτυχίας:**

- Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με ρητούς αριθμούς, ποσοστά, ρίζες και δυνάμεις και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.Αρ4.14.
- Διερευνούν και ορίζουν το λόγο, την αναλογία αριθμών και τις ιδιότητες των αναλογιών.Αρ5.5.
- Επιλύουν προβλήματα με ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά και προβλήματα ποσοστών (τόκου, φορολογίας, κέρδους και ζημιάς, κτλ.).Αρ5.24.
- Κατασκευάζουν και ερμηνεύουν σχέδια υπό κλίμακα.Μ5.6.
- Ερμηνεύουν και χρησιμοποιούν πληροφορίες μεταβολής μεγεθών σε προβλήματα που παρουσιάζονται λεκτικά, αριθμητικά, συμβολικά, γραφικά ή σε πίνακες (γεωμετρικά προβλήματα, φόρος εισοδήματος, πληθωρισμός, συνάλλαγμα, κτλ.).Μ5.10.

**Τι θα μάθουμε:**

- Να διερευνούμε και να ορίζουμε τον λόγο δύο ποσών και να συγκρίνουμε λόγους.
- Να ορίζουμε την αναλογία και να εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των αναλογιών.
- Να κατασκευάζουμε και να ερμηνεύουμε σχέδια υπό κλίμακα.
- Να επιλύουμε προβλήματα εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των αναλογιών.
- Να διερευνούμε την έννοια του ποσοστού και να επιλύουμε προβλήματα ποσοστών (τόκου, φορολογίας, κέρδους και ζημιάς, κ.λπ.).

**Περιεχόμενα ενότητας:**

- **Λόγοι-Αναλογίες**
- **Ιδιότητες Αναλογιών**
- **Ποσοστά**



## Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές διερευνούν και ορίζουν λόγους. Μέσα από τη σύγκριση δύο λόγων, οδηγούνται στην έννοια της αναλογίας. Οι μαθητές ανακαλύπτουν, μέσω επαγωγικής διαδικασίας, τις βασικές ιδιότητες των αναλογιών και εφαρμόζουν τις ιδιότητες αυτές στην επίλυση προβλήματος. Τέλος, διερευνούν την έννοια του ποσοστού και επιλύουν προβλήματα ποσοστών.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

### ➤ **Λόγοι-Αναλογίες**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να οδηγηθούν οι μαθητές στην έννοια του λόγου, μέσα από τη σύγκριση ομοειδών μεγεθών. Στη συνέχεια, δίνεται στους μαθητές η δυνατότητα να συγκρίνουν λόγους μεγεθών.
- Στόχος των διερευνήσεων (1) και (2) είναι να σχηματίσουν οι μαθητές λόγους ομοειδών μεγεθών και να τους συγκρίνουν.
- Στις δραστηριότητες 1, 2 και 3 οι μαθητές υπολογίζουν και συγκρίνουν λόγους ομοειδών μεγεθών.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές σχηματίζουν αναλογίες.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, χρησιμοποιώντας τις έννοιες του λόγου και της κλίμακας χάρτη (ως εφαρμογή αναλογίας).

### ➤ **Ιδιότητες Αναλογιών**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τις δύο βασικές ιδιότητες των αναλογιών, μέσα από τη συμπλήρωση του πίνακα.
- Στις δραστηριότητες 1 και 5 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών, για να επιλύσουν εξισώσεις και να βρουν άγνωστους όρους αναλογιών.

Στις δραστηριότητες 2, 3, 4, 6, 8 και 10 οι μαθητές κατασκευάζουν και επιλύουν αναλογίες.



Στις δραστηριότητες 7 και 9 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα μερισμού, χρησιμοποιώντας ιδιότητες αναλογιών.

➤ **Ποσοστά**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να αντιληφθούν οι μαθητές την έννοια του ποσοστού, ως λόγο ομοειδών μεγεθών.
- Στις δραστηριότητες 1, 3, 4, 5, 7, και 8 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα καθημερινότητας, χρησιμοποιώντας την έννοια του ποσοστού.

Στις δραστηριότητες 2 και 12 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα τοκισμού.

Στις δραστηριότητες 6, 9, 10 και 11 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, που αναφέρονται σε θέματα έκπτωσης και φορολογίας.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1 και 3 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών, για να επιλύσουν εξισώσεις ή να βρουν λόγους.

Στις δραστηριότητες 2 και 8 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα κλίμακας χάρτη.

Στις δραστηριότητες 4, 6, 7, 10, 11 και 14 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα ποσοστών.

Τέλος, στις δραστηριότητες 5, 9, 12 και 13 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών, για να επιλύσουν προβλήματα.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές απαντούν σε ερωτήματα που αναφέρονται στην έννοια του ποσοστού.

Στις δραστηριότητες 2, 3 και 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των αναλογιών και την κλίμακα χάρτη, για να επιλύσουν προβλήματα.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές μελετούν την έννοια της χρυσής τομής.

**Σημείωση:**

Στην ενότητα αυτή μπορεί να γίνει μια μικρή άσκηση αξιολόγησης.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 9: Στατιστική-Πιθανότητες****Δείκτες επιτυχίας:**

- Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις, φυλλογραφήματα και διαφοροποιούν τον τρόπο παρουσίασης συνεχών και κατηγορικών δεδομένων με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας.ΣΠ4.2.
- Αξιολογούν διάφορους τρόπους παρουσίασης δεδομένων σε σχέση με την αποτελεσματικότητα και τη συνέπειά τους.ΣΠ4.3.
- Αναπαριστούν το δειγματικό χώρο πειραμάτων με πολλαπλούς τρόπους συμπεριλαμβανομένων δενδροδιαγραμμάτων.ΣΠ4.4.
- Υπολογίζουν τη θεωρητική πιθανότητα ενός ενδεχομένου, τη χρησιμοποιούν στην πρόβλεψη αποτελεσμάτων σε πειράματα τύχης και κατανοούν τη διαφορά μεταξύ ανεξάρτητων και εξαρτημένων ενδεχομένων.ΣΠ4.5.
- Διακρίνουν τα διάφορα είδη μεταβλητών (Ποιοτικές, Ποσοτικές, Διακριτές, Συνεχείς).ΣΠ5.1.
- Μελετούν τις χρήσεις της Στατιστικής ως εργαλείου διερεύνησης υποθέσεων των χαρακτηριστικών ενός πληθυσμού και παρουσιάζουν τα δεδομένα σε διάφορες μορφές (πίνακες, διαγράμματα

**Τι θα μάθουμε:**

- Να κατανοούμε τις έννοιες πληθυσμός και μεταβλητή και να διακρίνουμε τα διάφορα είδη μεταβλητών.
- Να διαβάζουμε, να ερμηνεύουμε και να αντλούμε πληροφορίες από γραφικές παραστάσεις.
- Να ορίζουμε τι είναι συχνότητα, να κατασκευάζουμε και να ερμηνεύουμε τον πίνακα συχνοτήτων.
- Να κατασκευάζουμε ραβδογράμματα, ιστογράμματα, και κυκλικά διαγράμματα και να επιλέγουμε μια κατάλληλη γραφική παράσταση για την παρουσίαση δεδομένων.
- Να αναγνωρίζουμε και να περιγράφουμε τι είναι πείραμα τύχης και ποια είναι τα δυνατά αποτελέσματα του.
- Να υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου.

συχνοτήτων ραβδογράμματα, ιστογράμματα, κυκλικά διαγράμματα, φυλλογραφήματα), με ή χωρίς τη χρήση λογισμικού.ΣΠ5.2.

- Κατανοούν μέσα από πραγματικές καταστάσεις και χρησιμοποιούν τις έννοιες πείραμα τύχης, ενδεχόμενο, δειγματικός χώρος.ΣΠ5.6.
- Υπολογίζουν την πιθανότητα απλού ενδεχομένου (κλασσικός ορισμός πιθανότητας, Laplace) δειγματικού χώρου ισοπίθανων στοιχειωδών ενδεχομένων ενός πειράματος τύχης.ΣΠ5.7.
- Διακρίνουν τα ενδεχόμενα σε τυχαία, απλά, βέβαια, αδύνατα.ΣΠ5.8.

---

### Περιεχόμενα Ενότητας

- **Μεταβλητές-Είδη Μεταβλητών**
- **Μέθοδοι Παρουσίασης Στατιστικών Δεδομένων**
- **Πείραμα Τύχης-Υπολογισμός Πιθανότητας**

### Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές έρχονται σε επαφή με εισαγωγικές έννοιες από την Στατιστική, όπως πληθυσμός, μεταβλητή και είδη μεταβλητών. Βασικός στόχος της ενότητας είναι να αντλήσουν οι μαθητές πληροφορίες και να ερμηνεύσουν δεδομένα από απλούς πίνακες και διαγράμματα. Συγκεκριμένα, οι μαθητές διαβάζουν, κατασκευάζουν και παρουσιάζουν πληροφορίες με ραβδογράμματα, ιστογράμματα και κυκλικά διαγράμματα. Επίσης, γνωρίζουν και περιγράφουν πειράματα τύχης, καταγράφοντας όλα τα δυνατά αποτελέσματά τους και υπολογίζοντας πιθανότητες απλών ενδεχομένων.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:



➤ **Μεταβλητές-Είδη Μεταβλητών**

- Στόχος της εξερεύνησης είναι να γνωρίσουν οι μαθητές την έννοια της μεταβλητής, μελετώντας και σχολιάζοντας ένα μηνιαίο δελτίο καιρού, όπως αυτό εμφανίζεται σε εφημερίδες ή περιοδικά.
- Στη διερεύνηση οι μαθητές παρατηρούν ότι μπορούν να υπάρξουν χαρακτηριστικά του πληθυσμού που μπορούν να περιγραφούν είτε με αριθμητική είτε με μη αριθμητική τιμή.
- Στις δραστηριότητες 1-5 οι μαθητές αναγνωρίζουν τα είδη των μεταβλητών. Επιπλέον, στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές απαντούν σε διάφορα ερωτήματα.

➤ **Μέθοδοι Παρουσίασης Στατιστικών Δεδομένων**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές συνδέουν τα δεδομένα με διαγράμματα και αντιλαμβάνονται ποια από αυτά είναι κατάλληλα και επαρκή, για να περιγράψουν με σαφήνεια τα αντίστοιχα στατιστικά δεδομένα.
- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές θα αντιληφθούν ότι σε μία έρευνα η συλλογή κάποιων δεδομένων μπορεί να γίνει με οργανωμένο τρόπο, χορηγώντας ερωτηματολόγια. Στη συνέχεια, θα παρατηρήσουν ότι τα αποτελέσματα και η συμπλήρωση των ερωτηματολογίων πραγματοποιείται καλύτερα, καταγράφοντας τις απαντήσεις σε πίνακες και σε κατάλληλα διαγράμματα.

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές διαβάζουν, ερμηνεύουν και συνδέουν ένα πίνακα συχνοτήτων με το αντίστοιχο διάγραμμα.

- Στις δραστηριότητες 1, 3 και 4 οι μαθητές οργανώνουν αριθμητικά δεδομένα σε πίνακες συχνοτήτων, ραβδογράμματα και κυκλικά διαγράμματα.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές αντλούν βασικές πληροφορίες από ένα πίνακα συχνοτήτων, για να απαντήσουν σε διάφορα ερωτήματα.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές συνδέουν τον πίνακα συχνοτήτων με το ραβδόγραμμα. Στη συνέχεια, κατασκευάζουν ένα ραβδόγραμμα, όταν τους δίνεται ο αντίστοιχος πίνακας συχνοτήτων.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές κατασκευάζουν πίνακα συχνοτήτων από το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.





Στις δραστηριότητες 7, 8 και 9 οι μαθητές κατανοούν τα βασικά στοιχεία ενός κυκλικού διαγράμματος και αντλούν πληροφορίες.

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές αντιλαμβάνονται ποιο από τα δύο διαγράμματα (κυκλικό-ραβδόγραμμα) μπορεί να χρησιμοποιηθεί και να αξιοποιηθεί καλύτερα, ανάλογα με την ερώτηση που δίνεται.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές διαλέγουν το κατάλληλο διάγραμμα, για να παρουσιάσουν δεδομένα, όπως αυτά παρατίθενται σε ένα πίνακα συχνοτήτων.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές κατασκευάζουν πίνακα συχνοτήτων, για να οργανώσουν πληροφορίες. Στη συνέχεια, κατασκευάζουν κατάλληλο διάγραμμα παρουσίασης των δεδομένων και συγκρίνουν διαγράμματα.

Στη δραστηριότητα 13 οι μαθητές κατασκευάζουν ιστόγραμμα και το χρησιμοποιούν, για να απαντήσουν σε ερωτήσεις.

Στη δραστηριότητα 14 οι μαθητές συμπληρώνουν πίνακα συχνοτήτων και κατασκευάζουν το αντίστοιχο ιστόγραμμα.

Τέλος, στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές συλλέγουν και οργανώνουν δεδομένα. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούν το κατάλληλο διάγραμμα, για να τα παρουσιάσουν.

#### ➤ **Πείραμα Τύχης-Υπολογισμός Πιθανότητας**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές σχολιάζουν και ερμηνεύουν αριθμούς που αντιπροσωπεύουν πιθανότητα, παρατηρώντας τις δηλώσεις των ατόμων που συμμετέχουν στο παιχνίδι.
- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές θα αντιληφθούν την αβεβαιότητα που υπάρχει σε πείραμα τύχης. Στη συνέχεια, θα κρίνουν κατά πόσο ένα ενδεχόμενο του πειράματος τύχης είναι «δίκαιο» ή όχι.

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές προσπαθούν να ερμηνεύσουν συγκεκριμένες τιμές ποσοστών, συνδέοντας τις με ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές καταγράφουν όλα τα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης.



Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές προτείνουν «δίκαιους» τρόπους αξιοποίησης απλών ενδεχομένων ενός πειράματος τύχης.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές κατηγοριοποιούν τα αδύνατα, πιθανά και βέβαια ενδεχόμενα, αντιστοιχίζοντάς τα με τις τιμές των πιθανοτήτων τους.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν πιθανότητες απλών ενδεχομένων.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές ερμηνεύουν την τιμή πιθανότητας ενός ενδεχομένου.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές δίνουν παράδειγμα ενός πειράματος τύχης, ώστε ένα ενδεχόμενό του να πάρει συγκεκριμένη τιμή πιθανότητας πραγματοποίησης.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές ελέγχουν κατά πόσο είναι ορθή η πιθανότητα ενός ενδεχομένου.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου, χρησιμοποιώντας τον πίνακα συχνοτήτων.

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές υπολογίζουν πιθανότητες ενδεχομένων από ραβδόγραμμα.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές κατασκευάζουν πείραμα τύχης με ενδεχόμενα των οποίων είναι γνωστές οι πιθανότητές τους.

#### ➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές κατασκευάζουν ερωτηματολόγιο που να έχει συγκεκριμένες πληροφορίες, τις συλλέγουν και τις παρουσιάζουν με κατάλληλο διάγραμμα.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές μελετούν ένα ραβδόγραμμα και συμπληρώνουν ένα πίνακα.

Στις δραστηριότητες 3 και 6 οι μαθητές αντλούν πληροφορίες από πίνακα συχνοτήτων και κατασκευάζουν ραβδόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα.



Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές διακρίνουν τον πληθυσμό, τη μεταβλητή και το είδος της μεταβλητής, μέσα από ένα σύνολο τιμών.

Στις δραστηριότητες 5 και 12 οι μαθητές υπολογίζουν πιθανότητες απλών ενδεχομένων ενός πειράματος τύχης.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές περιγράφουν πειράματα τύχης με συγκεκριμένες πιθανότητες των ενδεχομένων τους.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές μελετούν δεδομένα και τα οργανώνουν σε πίνακα συχνοτήτων, ραβδόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα.

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές κρίνουν ποιο από τα δύο διαγράμματα που παρουσιάζουν τις ίδιες πληροφορίες είναι παραπλανητικό.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές μελετούν ένα κυκλικό διάγραμμα, εξάγουν συμπεράσματα και υπολογίζουν πιθανότητες ενδεχομένων.

Στις δραστηριότητες 13-16 και 18 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με πιθανότητες.

Στη δραστηριότητα 17 οι μαθητές μελετούν συγκεκριμένες πληροφορίες από ένα πίνακα και επιλέγουν το κατάλληλο διάγραμμα, για να τις παρουσιάσουν.

#### ➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές μελετούν συγκεκριμένες πληροφορίες από έναν πίνακα και τις παρουσιάζουν, χρησιμοποιώντας κατάλληλες στατιστικές μεθόδους

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές επιλέγουν κατά τη γνώμη τους ένα πρόβλημα που απασχολεί τους συμμαθητές τους, συλλέγουν πληροφορίες, τις οργανώνουν και να τις παρουσιάζουν.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές ερευνούν στο διαδίκτυο στατιστικά στοιχεία τα παρουσιάζουν στους συμμαθητές τους, δίνοντας τις κατάλληλες επεξηγήσεις.

Στις δραστηριότητες 4-8 οι μαθητές επιλύουν πιο σύνθετα προβλήματα πιθανοτήτων.



Τέλος, στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές μελετούν ένα στατιστικό διάγραμμα, για να απαντήσουν σε συγκεκριμένες ερωτήσεις.

*Σημείωση:*

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.

