

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2020 – 2021
ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟ

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ 3 & 4)

Διάρκεια: 90 λεπτά

Το δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

**ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

A1. Να λύσετε την ανίσωση $|x + 1| < 5$.

A2. Σε τρίγωνο $ABΓ$ δίνονται η γωνία $\hat{A} = 30^0$, η πλευρά $\beta = 5cm$ και η πλευρά $\gamma = 5\sqrt{3} cm$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

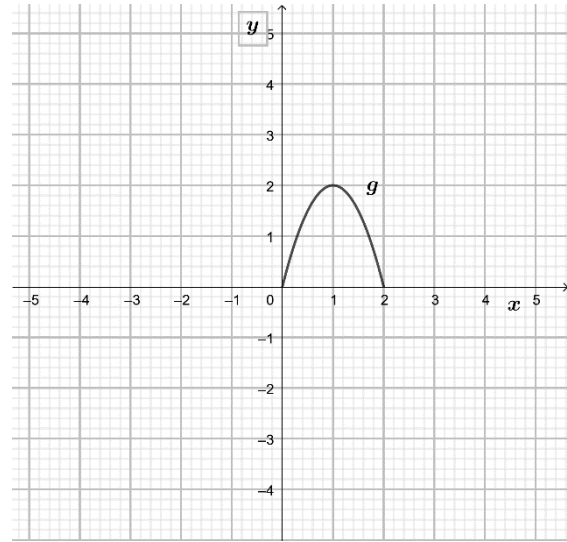
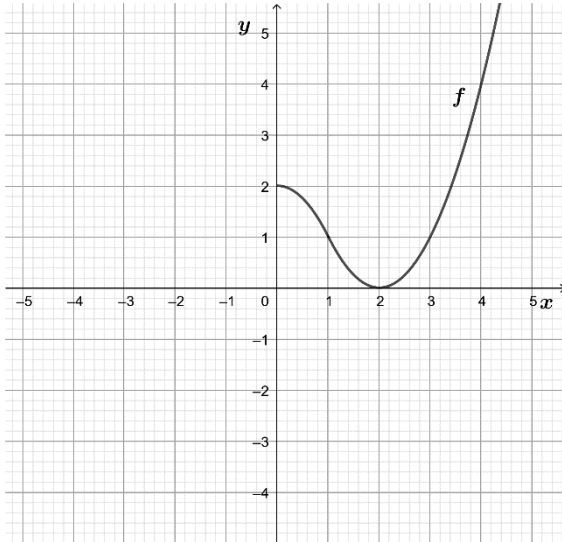
A3. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = \frac{5x}{x^2-4}$ και $g(x) = \frac{x}{x-2}$. Να βρείτε τα πεδία ορισμού και τους τύπους των συναρτήσεων $f + g$ και $\frac{g}{f}$, στην πιο απλή τους μορφή.

A4. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+3}{x^3-2x-3}$ (2 μον.)

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x^2+x}$ (3 μον.)

- A5.** I) Στα πιο κάτω ορθοκανονικά συστήματα αξόνων παρουσιάζονται μέρη των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$. Αν η f είναι άρτια με πεδίο ορισμού $A = \mathbb{R}$ και η g είναι περιττή με πεδίο ορισμού $B = [-2, 2]$, να χαράξετε και να συμπληρώσετε τις γραφικές παραστάσεις σε όλο το εύρος των πεδίων ορισμού των δυο συναρτήσεων. (2 μον.)



II) Με τη βοήθεια των πιο πάνω γραφικών παραστάσεων να υπολογίσετε τις πιο κάτω τιμές: (3 μον.)

- α) $(f + g)(1)$
 β) $(f \circ g)(1)$
 γ) $(g \cdot f)(-1)$

- A6.** Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu 3\chi\sigma\upsilon\nu 5\chi = \frac{\sqrt{3}}{2} - \eta\mu 2\chi$

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Δίνονται οι συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ και $h: \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$, $A, B, \Gamma \subseteq \mathbb{R}$ με τύπους $f(x) = \sqrt{2-x}$, $g(x) = \frac{x^2+2x}{x^2-4}$ και $h(x) = \frac{x}{x-2}$

- α) Να εξετάσετε κατά πόσο οι συναρτήσεις g και h είναι ίσες. Στην περίπτωση που οι συναρτήσεις δεν είναι ίσες, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} , ώστε οι συναρτήσεις να είναι ίσες. (4 μον.)
- β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ h$. (6 μον.)

- B2.** α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\eta\mu 2A = 2\eta\mu A \sigma\upsilon\nu A$ (2 μον.)
- β) Αν στο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $A < \frac{\pi}{2}$ ισχύει $\frac{\sigma\upsilon\nu 3A}{\eta\mu A} + \frac{\eta\mu 3A}{\sigma\upsilon\nu A} = 2\sqrt{3}$, να δείξετε ότι η γωνία $\hat{A} = \frac{\pi}{12}$ (4 μον.)
- γ) Στο ίδιο τρίγωνο $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{2(\sigma\upsilon\nu A - \eta\mu A)^2 - \varepsilon\varphi^2 \Gamma}{2(\sigma\upsilon\nu A - \eta\mu A)^2 + \varepsilon\varphi^2 \Gamma} = \sigma\upsilon\nu 2\Gamma$$
 (4 μον.)
- B3.** Δίνεται η τμηματική συνάρτηση $f: A \rightarrow f(A)$ με τύπο $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x < 0 \\ x^2 + \kappa, & x \geq 0 \end{cases}$ και παράμετρο $\kappa \in \mathbb{R}$.
- α) Να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f για $\kappa = 0$. (3 μον.)
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο \mathbb{R} και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (4 μον.)
- γ) Να διατυπώσετε τον ορισμό της ένα προς ένα (1—1) συνάρτησης. (1 μον.)
- δ) Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση f είναι 1—1 για $\kappa = -1$, δικαιολογώντας την απάντησή σας. (2 μον.)

ΤΕΛΟΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ